УДК 681.586.69

ДИНАМИКА ОБЫКНОВЕННО-НЕОБЫКНОВЕННОГО ИМПУЛЬСА В УСЛОВИЯХ ФАЗОВОГО И ГРУППОВОГО СИНХРОНИЗМОВ

Халяпин В.А., Шпилевой А.А.

Российский государственный университет имени И. Канта, г. Калининград
Тел. (8 4012) 33-82-17. E-mail: slavasxi@pochtamt.ru

Аннотация. Рассматривается динамика нелинейных процессов при распространении сигналов в оптических линиях связи. Анализ аналитических решений системы уравнений для случая двухкомпонентного импульса, полученных с помощью метода последовательных приближений и стационарных фаз, свидетельствует о смещении «центров масс» спектральных плотностей сигнала к частотам, одновременно удовлетворяющим условиям группового и фазового синхронизмов.

Ключевые слова: нелинейные оптические явления, фазовый и групповой синхронизм, двухкомпонентный импульс, генерация света.

Annotation. The nonlinear process dynamic during the signal spreading in the optical lines is considered. The analysis of analytical solves of the equation system that obtained by consistent iterations and stationary phases method show about the «mass center» of signal spectral density displacement to the frequency, that simultaneously satisfy to the phase and group synchronism conditions.

Keywords: nonlinear optical phenomena, phase and group synchronism, two-component pulse, light generation.

Введение

Нелинейные явления, происходящие в оптических линиях связи, позволяют реализовать ряд дополнительных рабочих режимов, в том числе с преобразованием лазерного излучения в моды суммарных и разностных частот. Примером дискретного преобразования частоты может служить эффект генерации второй гармоники [1, 2]. Как известно, в одноосном кристалле лазерный пучок имеет две компоненты – обыкновенную E_o и необыкновенную E_e, поляризованные в различных плоскостях. За счёт квадратичной нелинейности обыкновенная компонента на исходной частоте может порождать необыкновенную компоненту на удвоенной частоте при выполнении условия фазового синхронизма. Однако в некоторых случаях возникает необходимость непрерывного изменения частоты. Плавная перестройка частоты лазерного излучения возможна на основе процесса параметрической генерации света при выполнении условий синхронизма для трёхволнового взаимодействия [1]. Это условие определяется законом сохранения энергии и импульса при распаде фотонов: $\omega_p = \omega_1 + \omega_2$, $\mathbf{k}_p(\omega_н) = \mathbf{k}_1(\omega_1) + \mathbf{k}_2(\omega_2)$. Кроме того, в импульсном режиме перекачка энергии из одной компоненты в другую происходит наиболее эффективно при выполнении условия группового синхронизма.

Исследуем спектральную динамику двухкомпонентного импульса, распространяющегося в среде в виде одноосного кристалла при данных условиях.

Спектральные уравнения и их анализ

Система, описывающая распространение импульсов в одноосном кристалле вдоль оси z под произвольным углом α к оптической оси имеет вид [3, 4]:

$$\frac{\partial E_o}{\partial z}+\frac{n_o}{c}\frac{\partial E_o}{\partial t}+a_2\frac{\partial}{\partial t}\left(E_oE_e\right)+a_3\frac{\partial}{\partial t}\left(E_oE_e^2\right)+$$
$$+b_{3o}E_o^2\frac{\partial E_o}{\partial t}-\delta_o\frac{\partial^3 E_o}{\partial t^3}+\sigma_o\int\limits_{-\infty}^{t}E_o dt'=0\,, \tag{1}$$

$$\frac{\partial E_e}{\partial z}+\frac{n_e}{c}\frac{\partial E_e}{\partial t}+a_2E_o\frac{\partial E_o}{\partial t}+b_2E_e\frac{\partial E_e}{\partial t}+a_3\frac{\partial}{\partial t}\left(E_o^2E_e\right)+$$
$$+b_{3e}E_e^2\frac{\partial E_e}{\partial t}-\delta_e\frac{\partial^3 E_e}{\partial t^3}+\sigma_e\int\limits_{-\infty}^{t}E_e dt'=0\,, \tag{2}$$

где c – скорость света в вакууме, $n_{o,e}$ – обыкновенный и необыкновенный показатели преломления на нулевой частоте, a_2, b_{2e}, a_3, b_{3e}, b_{3o} определяют вклад нелинейностей второго и третьего порядков, параметры δ_o, δ_e характеризуют электронную дисперсию, а σ_o, σ_e – ионную.

Пусть импульс распространяется перпендикулярно оптической оси кристалла. Тогда, как было отмечено в работе [4], для импульсов интенсивностью $I\sim 10^{13}$ Вт/см^2 и длительностью $\tau_p\sim 1-10$фс можно пренебречь электронной кубической нелинейностью (a_3, b_{3e}, $b_{3o}=0$). Для тех же интенсивностей, учитывая малую длину дисперсионного расплывания для столь коротких импульсов (порядка десятка мкм), пренебрежем линейным и нелинейным поглощением. Кроме того, будем рассматривать случай, когда спектр импульс лежит в области нормальной дисперсии групповой скорости ($\sigma=0$). Воспользовавшись преобразованием Фурье, при этих условиях, из системы (1), (2) получим систему спектральных уравнений:

$$\frac{\partial F_o(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_o(\omega)}{c}F_o(\omega,z)+ia_2\omega\int\limits_{-\infty}^{\infty}F_o(\omega-\omega_2,z)F_e(\omega_2,z)d\omega_2=0\,, \tag{3}$$

$$\frac{\partial F_e(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_e(\omega)}{c}F_e(\omega,z)+\frac{ia_2\omega}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}F_o(\omega-\omega_2,z)F_o(\omega_2,z)d\omega_2+$$
$$+\frac{ib_2\omega}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}F_e(\omega-\omega_2)F_e(\omega_2)d\omega_2=0\,. \tag{4}$$

Здесь $F_{o,e}(\omega,z)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}E_{o,e}e^{-i\omega t}dt/2\pi$ – функции Фурье для обыкновенной и необыкновенной компонент импульса, ω – частота спектральной моды, $n_{o,e}(\omega)=n_{o,e}+c\delta_{o,e}\omega^2$ – показатели преломления соответствующих компонент импульса.

Для анализа системы уравнений (3), (4) воспользуемся методом последовательных приближений. В нулевом приближении получаем:

$$F_{o,e}^{(0)}(\omega,z)=A_{o,e}(\omega)e^{-i\omega\frac{n_{o,e}(\omega)}{c}z}\,, \tag{5}$$

где $A_{o,e}(\omega)$ – Фурье функция компонент сигнала на входе в среду ($z=0$). Продолжая итерационную процедуру, в первом приближении получаем систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial F_o^{(1)}(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_o(\omega)}{c}F_o^{(1)}(\omega,z)=-ia_2\omega\int_{-\infty}^{\infty}F_o^{(0)}(\omega-\omega_2,z)F_e^{(0)}(\omega_2,z)d\omega_2,$$

(6)

$$\frac{\partial F_e^{(1)}(\omega,z)}{\partial z}+i\omega\frac{n_e(\omega)}{c}F_e^{(1)}(\omega,z)=-\frac{ia_2\omega}{2}\int_{-\infty}^{\infty}F_o^{(0)}(\omega-\omega_2,z)F_o^{(0)}(\omega_2,z)d\omega_2-$$

$$-\frac{ib_2\omega}{2}\int_{-\infty}^{\infty}F_e^{(0)}(\omega-\omega_2)F_e^{(0)}(\omega_2)d\omega_2=0. \qquad (7)$$

Подставляя (5) в систему (6), (7) и используя метод стационарных фаз [5], получаем искомое асимптотическое решение:

$$F_o(\omega,z)=e^{-i\frac{n_o(\omega)}{c}z}\Bigg[A_o(\omega)+$$

$$+a_2\omega\left(A_o(\omega-\omega_a)A_e(\omega_a)\sqrt{\frac{2\pi}{-h''(\omega_a)z}}\,\frac{e^{-izh\ (\omega_a)-i\frac{\pi}{4}sign h''(\omega_a)}}{h\ (\omega_a)}+(\omega_a\to\omega_b)\right)\Bigg],$$

(8)

$$F_e\ (\omega,z)=e^{-i\frac{n_e(\omega)}{c}z}\left[A_e(\omega)+\sqrt{\frac{\pi}{3z}}e^{-i\frac{\pi}{4}}\left(\frac{a_2}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\delta_o}}A_o^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\frac{e^{-i(2k_o(\omega/2)-k_e(\omega))z}}{2k_o(\omega/2)-k_e(\omega)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{b_2}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\delta_e}}A_e^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\frac{e^{-i(2k_e(\omega/2)-k_e(\omega))z}}{2k_e(\omega/2)-k_e(\omega)}\right)\right], \qquad (9)$$

где $k_{o,e}(\omega)=\omega n_{o,e}/c+\delta_{o,e}\omega^3$, $h(\omega_2)=k_o(\omega-\omega_2)+k_e(\omega_2)-k_e(\omega)$, $\omega_{a,b}=\left(-\delta_o\omega\pm\sqrt{(n_e-n_o)(\delta_o-\delta_e)/3c+\delta_o\delta_e\omega^2}\right)/(\delta_o-\delta_e)$, $h''(\omega_a)=\left(\partial^2h/\partial\omega_2^2\right)_{|\omega_2=\omega_a}$.

Следует заметить, что метод стационарной фазы, который мы использовали для взятия интегралов в правой части (6), (7) связан с условием группового синхронизма. Чтобы это показать, рассмотрим, например, подынтегральное слагаемое при коэффициенте a_2. Согласно методу стационарной фазы, основной вклад в интеграл даёт область частот в окрестности стационарной точки, которая определяется из условия экстремума фазы $\partial h(\omega_2)/\partial\omega_2=0$. Последнее соотношение можно переписать в виде условия группового синхронизма

$$\left.\frac{\partial k_o}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega-\omega_2}=\left.\frac{\partial k_e}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_2}. \qquad (10)$$

Из решений (8) и (9) видно, что Фурье-образ обыкновенной компоненты имеет особенности на частотах

$$\omega_{o1}=\sqrt{\frac{n_e-n_o}{3c\delta_o}}, \qquad \omega_{o2}=2\sqrt{\frac{(n_e-n_o)(\delta_e-\delta_o)}{3c\delta_o(4\delta_e-\delta_o)}}, \qquad (11)$$

а необыкновенной компоненты - на частоте

$$\omega_e = 2\sqrt{\frac{(n_o - n_e)}{(4\delta_e - \delta_o)c}} \,. \qquad (12)$$

Эти особенности, возникающие при выполнении условий фазового и группового синхронизмов, можно устранить, с помощью интегрирования по параметру

$$\lim_{\nu \to 0} \frac{e^{iz\nu}}{i\nu} = \lim_{\nu \to 0} \int_{-\infty}^{z} e^{iz\nu} dz = \int_{-\infty}^{z} \lim_{\nu \to 0} e^{iz\nu} dz = \int_{-\infty}^{z} dz = z + C_1, \qquad (13)$$

где C_1 − константа интегрирования. Таким образом, из (11), (12) получаем, что $F_o(\omega_{o1}, z)\,, F_o(\omega_{o2}, z)\,, F_e(\omega_e, z) \sim \sqrt{z}$. Это означает, что по мере распространения импульса на этих частотах можно ожидать роста соответствующих спектральных плотностей сигнала.

В работе представлена система уравнений, описывающая динамику спектральных плотностей двухкомпонентного импульса, распространяющегося в одноосном кристалле в области его прозрачности. С помощью метода последовательных приближений и стационарных фаз из этой системы были получены приближённые аналитические решения (8), (9). Их Анализ показал, что “центры масс” спектральных плотностей сигнала будут смещаться к частотам, одновременно удовлетворяющим условиям группового и фазового синхронизма.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 09-02-00503а).

Литература

1. Клышко Д.Н. Физические основы квантовой электроники – М.: Наука, 1986. – 326 с.
2. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – М.: Наука, 1990. – 405 с.
3. Сазонов С.В. Соболевский А.Ф. ЖЭТФ. – 2003. – Т. 123. – № 6. – С. 1160.
4. Сазонов С.В. Соболевский А.Ф. Письма в ЖЭТФ. 2002. – Т. **75,** №12. – С. 746.
5. Найфэ А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984, 478 с.