УДК 517.9, 681.5.01

# ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС СТАБИЛИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ АФФИННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С НАБЛЮДАЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ

Афонин В. В., Ольхова В. В.
ГОУВПО «Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева», г. Саранск
Тел.: +7(8–342) 290–602, e-mail: afoninvv@fet.mrsu.ru

**Аннотация.** В статье представлены результаты работы авторов по решению задачи стабилизации нелинейных объектов управления с наблюдающим устройством. В основу решения задачи положена возможность перехода к описанию эквивалентной системы при выполнении ранговых условий управляемости и наблюдаемости заданной модели нелинейной системы. Программное решение задачи выполнено в системах MATLAB и DELPHI.

**Ключевые понятия:** управляемость, наблюдаемость, стабилизация, наблюдатель, нелинейная аффинная система управления, принцип разделимости.

В данной работе представлены результаты анализа и синтеза нелинейных аффинных динамических систем управления до 4-го порядка включительно. Аффинные системы управления – это такие системы, в которых переменные состояния входят в описание нелинейным образом, а управляющее воздействие входит линейным образом, т. е. когда управление, входящее в уравнение объекта, определяется как функция времени или координат объекта в первой степени. Описание нелинейной аффинной системы управления в векторно-матричной форме имеет следующий вид:

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(X) + B(X)u(t),$$
$$y(t) = CX(t),$$

где $X(t)$ – $n$-мерный вектор состояния, $A(X)$ – нелинейный вектор координат объекта управления, $B(X)$ – нелинейный вектор входа с нелинейной зависимостью от координат объекта управления, $u(t)$ – скалярное управляющее воздействие в функции времени $t$, y(t) – скалярный вектор выхода, $C$ – матрица выхода, матрица действительных чисел размером $1\times n$.

В практических случаях вектор входа представляет собой $n$-мерный вектор действительных чисел.

Для демонстрации созданного программного продукта рассмотрим модель нелинейной системы 4-го порядка со следующим математическим описанием:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t);$$
$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -12\sin x_1(t) - 12.5x_2(t);$$
$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_4(t);$$
$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -0.02x_4(t) + 12.4x_1(t) - 12.4x_3(t) + 0.08u(t);$$
$$y(t) = x_1(t).$$

В этой системе первое уравнение описывает интегрирующее звено, поэтому выход системы будет возрастать в случае подачи на вход звена даже постоянного сигнала. В связи с этим система в целом будет неустойчивой. Нелинейность системы связана со вторым уравнением, в котором присутствует тригонометрическая функция.

Прежде чем осуществлять синтез системы стабилизации, необходимо проверить условие полной управляемости. В случае необходимости построения наблюдающего устройства необходимо проверить условие полной наблюдаемости заданной системы управления.

В общем случае задачи управляемости и наблюдаемости нелинейных систем являются достаточно сложными и в общем виде полностью не решены. В случае аффинных систем получены так называемые ранговые условия управляемости и наблюдаемости [1–3]. Для нелинейных аффинных систем в случае их управляемости и наблюдаемости справедлив принцип разделимости, в соответствии с которым можно независимо производить синтез матрицы регулятора для стабилизации системы и матрицы наблюдателя, входящего в описание наблюдающего устройства.

В работе использованы следующие этапы анализа и синтеза нелинейной аффинной системы:

- проверка системы на управляемость.
- проверка системы на наблюдаемость.
- определение линейной эквивалентной системы.
- построение наблюдающего устройства для эквивалентной системы.
- синтез нелинейной системы на основе полученной эквивалентной системы и наблюдающего устройства.

Для пояснения проверки условия полной управляемости и наблюдаемости нелинейной системы приведем следующий программный код в среде разработки инженерных приложений MATLAB:

```
clear,clc

%% Объявление символьных переменных
syms x1 x2 x3 x4 c M1 k1 b1 k2 Jn c


%% Параметры системы
Ax = [x2;
     -M1*sin(x1)-k1*(x1-x3);
    (x4);
    (-b1*x4+k2*(x1-x3))];
Bx = [0;0;0;1/Jn];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
n = length(Ax)
```

```
v = [x1,x2,x3,x4];
U = Bx;
for k = 1 : n
        Ux(:, k) = U;
    U = (jacobian(U, v)*Ax - jacobian(Ax, v)*U );
end

 %% Матрица управляемости Ux
disp('========== Матрица управляемости Ux ===========')
Ux
disp('===============================================')

udet = det(Ux)


if (udet) ~= 0
fprintf('\n Проверка по детерминанту: система полностью
управляема\n')

 else
     fprintf('\n Проверка по детерминанту: система не полностью
управляема.\n Синтез регулятора не возможен.\n')
        return
     end
disp('===================================================')

urank = rank(Ux)

if double(urank) == n
fprintf('\n Проверка по рангу: система полностью управляема\n')

else
        fprintf('\n Проверка по рангу: система не полностью
управляема.\n Синтез регулятора не возможен.\n')
        return
    end
disp('===================================================')

%% Производная Ли от скалярной функции по векторному полю Ax
  W = hx;
for k = 1 : n
    W2(:, k) = W;
    W = jacobian(W, v)*Ax;
end

%% Матрица наблюдаемости Wx
disp(' ')
disp('=========== Матрица наблюдаемости Wx =============')
Wx = jacobian(W2, v)
disp('====================================================')
 rdet = det(Wx)

if (rdet) ~= 0
```

```
    fprintf('\n Проверка по детерминанту: система полностью
наблюдаема\n')
 else

        fprintf('\n Проверка по детерминанту: система не полно-
стью наблюдаема.\n Синтез наблюдателя не возможен.\n')
        return
     end
disp('=====================================================')
nrank = rank(Wx)
if double(nrank) == n
fprintf('\n Проверка по рангу: система полностью наблюдаема\n')

else
        fprintf('\n Проверка по рангу: система не полностью
наблюдаема.\n Синтез наблюдателя не возможен.\n')
        return
    end
disp('======================================================')
```

В приведенном программном коде фигурируют символьные переменные, Поэтому может оказаться, что при одних значениях переменных система полностью управляемая, а при некоторых других условие управляемости нарушается. Аналогично и для случая наблюдаемости.

Начальная заставка разработанного графического интерфейса пользователя в DELPHI показана на рис. 1. На форме возможно задавать (изменять) интервал интегрирования системы дифференциальных уравнений на усмотрение пользователя, а также выбирать подготовленные модели нелинейных систем управления. Неактивными являются кнопки «Разомкнутая система» и «Режим стабилизации».

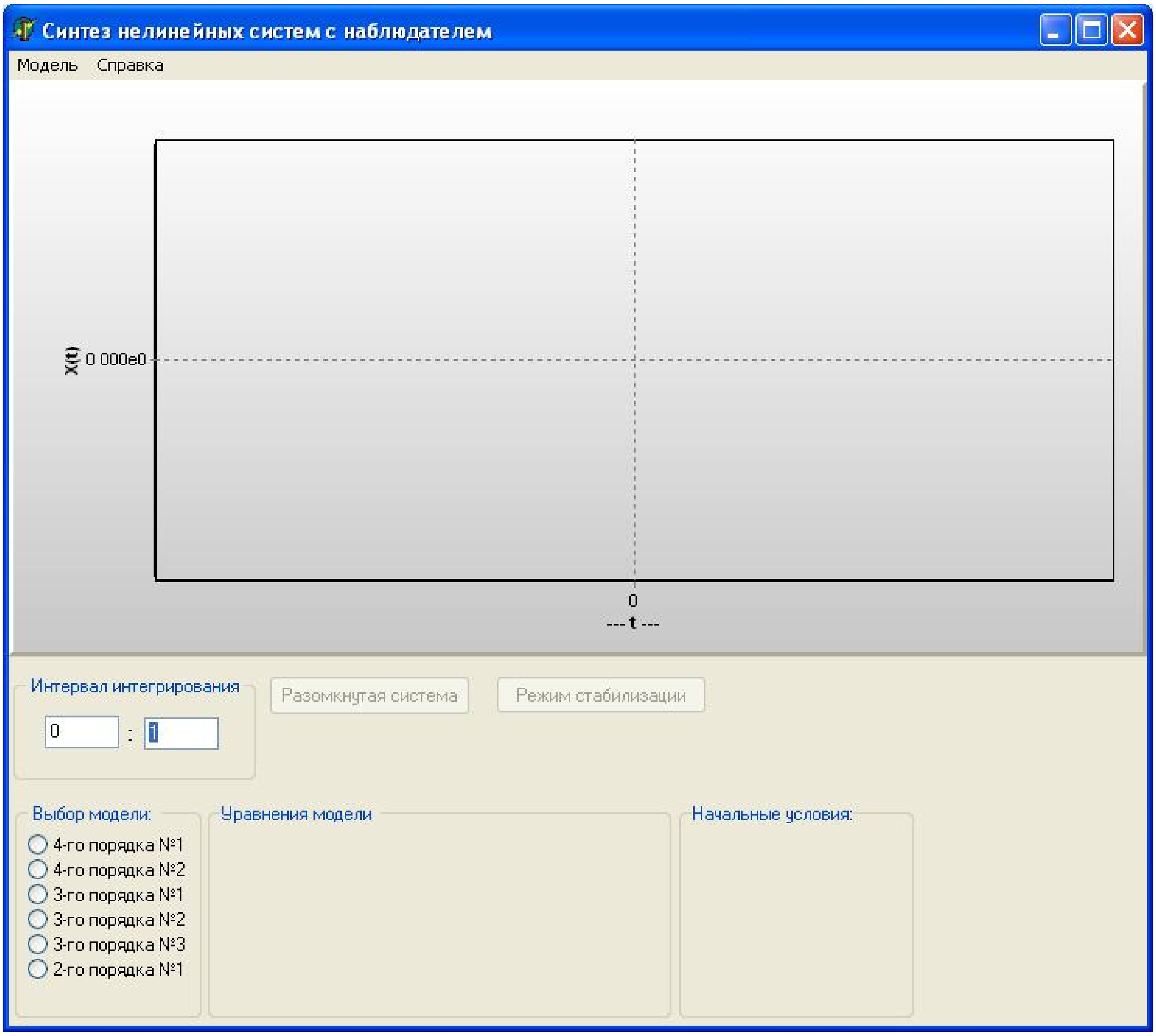


Рис.1. Начальная заставка интерфейса пользователя

Рассмотрим пример с моделью 4-го порядка. На рис.2 показан выбор модели и переходные процессы в неустойчивой разомкнутой системе. Интегрирование системы дифференциальных уравнений выполнено с помощью метода Рунге–Кутта 4-го порядка, реализованного в системе DELPHI. В качестве тестового управления (воздействия), прикладываемое к разомкнутой системе, приняты единичное воздействие и экспоненциальная функция с отрицательным показателем. В случае неустойчивой системы вид входного воздействия не имеет какого-либо значения.

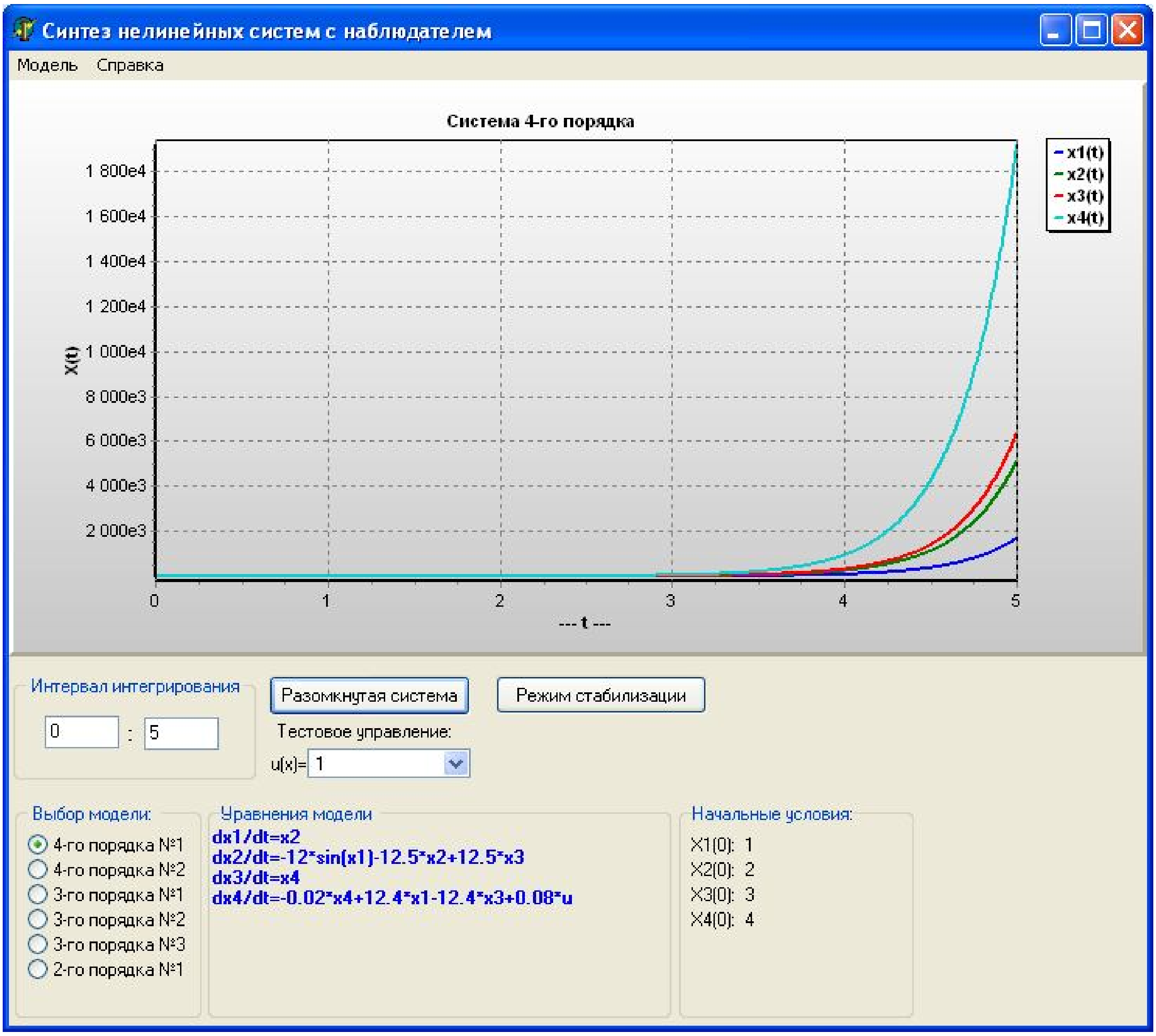


Рис.2. Переходные процессы в разомкнутой нелинейной системе

На форме, показанной на рис. 2, выбрано единичное входное воздействие, при котором заданная модель 4-го порядка является неустойчивой.

С помощью кнопки «Режим стабилизации» можно перейти к режиму стабилизации нелинейной системы с наблюдающим устройством.

На рис. 3 приведены диаграммы переходных процессов совместной системы и сами дифференциальные уравнения замкнутой на стабилизирующее управление нелинейной системы с уравнениями наблюдающего устройства. Для режима стабилизации интервал интегрирования системы дифференциальных уравнений значительно уменьшен по сравнению с режимом разомкнутой системы.

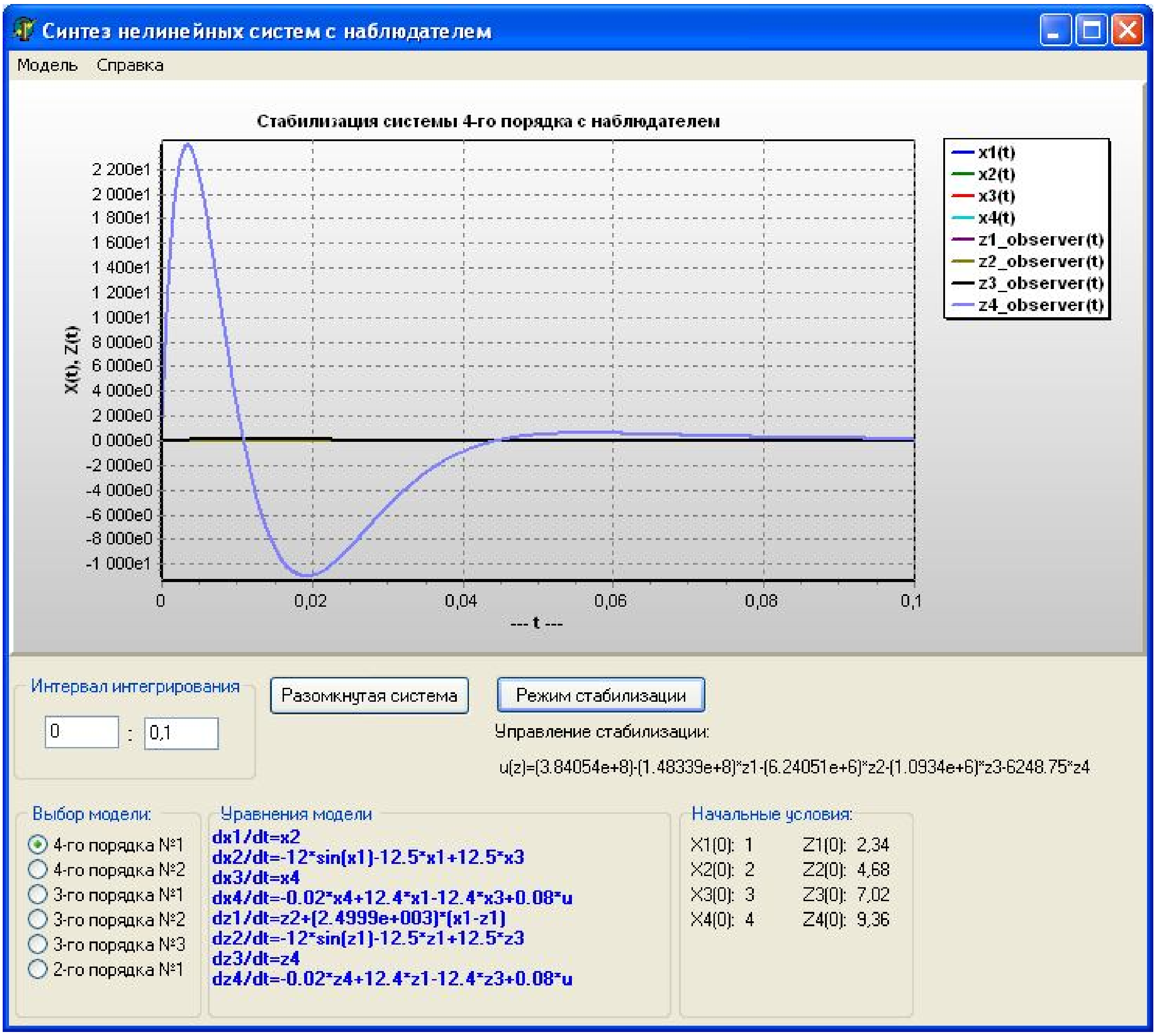


Рис. 3. Демонстрация режима стабилизации нелинейной системы

Как видно, стабилизирующее управление является функцией переменных состояния наблюдающего устройства (переменные zi). Этим управлением нелинейная система замыкается, т. е. вводится обратная связь по состоянию наблюдающего устройства. В целом приходится интегрировать систему дифференциальных уравнений вдвое большего порядка по сравнению с исходной системой. Кроме того, в практическом случае необходимо в систему управления нелинейной системой ввести наблюдающее устройство, чтобы с него снимать восстановленные переменные состояния, используемые при формировании стабилизирующего управления.

Таким образом, предлагаемый проект предоставляет программную реализацию методики синтеза системы стабилизации нелинейных аффинных систем управления. Эта методика базируется на понятии эквивалентной линейной системы, правомочность которой связана с условиями управляемости заданной нелинейной системы. В ряде практических случаев переход к эквивалентной линейной системе может быть однозначным, независимо от параметров системы.

## Список использованной литературы

1. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы/И.В. Мирошник. – СПб.: Питер, 2006. – 272 с.
2. Краснощеченко В. И., Крищенко А.П. Нелинейные системы: Геометрические методы анализа и синтеза / В.И. Краснощеченко, А.П. Крищенко. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 520 с.
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Том 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. Пособие / Д. П. Ким. – М.: Физматлит, 2004. – 464с.
4. Струченков В. И. Методы оптимизации. Основы теории, задачи, обучающие компьютерные программы: Учебное пособие / В. И. Струченков. – М.: Издательство «Экзамен», 2005. – 256 с. (Серия «Учебное пособие для вузов»).

## Сведения об авторах

Афонин Виктор Васильевич, канд. тех. наук., доцент кафедры «Автоматизированные системы обработки информации и управления», тел.: (8–342) 290–602,
e-mail: afoninvv@fet.mrsu.ru
Ольхова Вера Владимировна, студентка 5 курса факультета электронной техники, специальности «Автоматизированные системы обработки информации и управления».