УДК 62.50 - общий

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНЫХ СОСТАВНЫХ ОБЪЕКТОВ

Масляев С. И.

ГОУВПО «Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева», г. Саранск

Аннотация. Исследуется задача идентификация математической модели нелинейных составных объектов в применении к построению системы позиционированию бурового судна.

Ключевые слова: буровое судно, позиционирование, идентификация, система управления, линейная система, нелинейная система.

Математическая модель движения бурового судна (БС) представлена системой нелинейных дифференциальных уравнений [1]. Она является достаточно ярким примером описания поведения нелинейных составных объектов, для которых требуется построить систему управления.

Известно, что алгоритмы и структуры систем управления непосредственно зависят от структуры исходной математической модели. Синтез управления на основе упрощения моделей приводит соответственно к более простым структурам систем управления. Следует иметь в виду, что инженерные методы анализа и синтеза управления наиболее полно разработаны именно для линейных систем. Поэтому построение грубых линейных математических моделей имеет первостепенное значение для теории и практики управления такими системами.

Построение линейной системы, как правило, производится на основе линеаризации исходной нелинейной системы вида:

$$\dot{X} = \Phi_{н}(X, V, F, t), \qquad (1)$$

где $\Phi_н$ - непрерывная ограниченная вектор-функция, имеющая частные производные первого порядка по всем аргументам в пространстве R^{n+m+r}; X - вектор фазовых координат размерностью n; V - вектор управления размерностью m; F - вектор возмущающих воздействий размер-нстью r; t - время.

Линеаризация заключается в разложении правой части системы (1) в ряд Тейлора в соответствующих точках невозмущенного режима. В нашем случае будем решать задачу получения математической модели БС в первом приближении в малой окрестности опорной точки режима стабилизации в следующем виде:

$$\dot{X} = ZX + GV + \Gamma F. \qquad (2)$$

Чтобы нелинейная система (1) удовлетворяла требованиям линеаризуемости в более широком диапазоне изменения координат, необходимо линеаризацию осуществлять на всем множестве опорных точек в пространстве состояний R^{n+m+r}. В этом случае исходной нелинейной системе ставится в соответствие линейная система с переменными параметрами, причем, эти параметры являются функциями точек пространства состояний, т.е. на всем множестве R^{n+m+r} нелинейной системе (1) поставлено в соответствие некоторое множество линейных систем.

Решение этой задачи традиционным способом линеаризации с разложением в ряд Тейлора для всего множества опорных точек векторных функций очень трудоемко [2]. Поэтому вопрос определения параметров линейной системы по динамическим переходным характеристикам БС будем рассматривать как задачу идентификации [3].

При данном подходе можно с единых позиций исследовать вопрос идентификации различных классов динамических объектов (непрерывных, дискретных, рассредоточенных, нелинейных и линейных).

Рассмотрим динамику БС как непрерывную сосредоточенную математическую модель при условии известных возмущающих воздействий и неизвестных параметров. В процессе решения задачи идентификации необходимо провести: построение структуры модели БС; выбор функционала качества для оценки степени совпадения реакции модели и реальной системы на одни и те же входные воздействия; выбор алгоритма или стратегии настройки параметров модели, минимизирующих различие реакций модели и реальной динамической системы.

Выбор структуры математической модели представляет собой определенную трудность и является неотъемлемой частью почти любого метода идентификации [3].

С помощью дифференциальных и интегральных уравнений можно описать динамику процесса любой сложности, но при этом, как правило, мы имеем структуры нелинейных математических моделей, которые не имеют аналитических решений и не поддаются синтезу. Модель БС относится к такому типу. С другой стороны, с помощью уравнений сравнительно простой структуры можно описать сложные векторные многосвязные процессы в расширенной области временной и пространственных координат. Исходя из априорных знаний о БС, его динамике и тех задачах, которые возникают при построении системы динамического позиционирования, получим структуру модели с неизвестными параметрами по первому приближению, которая максимально отражала бы специфику динамики БС, его управляемость, наблюдаемость и другие информационные свойства. Затем на основе анализа в процессе идентификации проверим адекватность модели объекту.

Если гипотеза адекватности не пройдет, необходимо видоизменить структуру и вновь произвести переопределение параметров и проверку гипотезы адекватности.

Мощные современные средства компьютерной техники, матричная алгебра и эффективные методы подстройки параметров модели позволяют быстро перебрать различные классы структур моделей и выбрать из них рациональную относительно постановки задачи синтеза оптимальной замкнутой системы.

Задача идентификации параметров динамических моделей при неполной наблюдаемости переменных состояния объекта довольно сложна и для ее решения приходится проводить итерационную процедуру, причем на каждый итерации зачастую приходится решать уравнения модели и уравнения, позволяющие находить или оценивать функции чувствительности. В данной работе применен метод близкий к методам функций чувствительности и квазилинеаризации [3], но более простой в вычислительном отношении.

Для динамической модели БС идентифицируемыми параметрами являются коэффициенты дифференциальных уравнений. Если неизвестные параметры получаются переменными, то будем сводить задачу к идентификации постоянных параметров за счет усложнения структуры модели. Выбор структуры модели будем проводить начиная со структуры, полученной по первому приближению. Для этого систему (1) с выходом

$$y*(t) = cx(t) \tag{3}$$

запишем при условии V=0, F=0 в виде

$$\frac{dx}{dt} = \Phi(x,t), \tag{4}$$

где

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \Phi(x,t) = \begin{bmatrix} f_1(x,t) \\ \dots \\ f_n(x,t) \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Предположим, что правая часть уравнения (4)

$\left\{t \in [t_{0;}\infty), \|x\| < \infty\right\}$ имеет решение и притом единственное.

Пусть решение (4), $x = \eta(t)$, $t \in [t_{0;\infty})$, тогда после замены переменных $\tilde{x} = x - \eta$ и дифференцирования получим

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = \Phi\big(\tilde{x}(t) - \eta(t)\big) - \Phi\big(\eta(t), t\big). \tag{6}$$

Правую часть (6), используя теорему о среднем, можно заменить

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\big(\eta(t), t\big)\tilde{x} + g\big(\tilde{x}, t\big), \tag{7}$$

где

$$\frac{\left\|g\big(\tilde{x}, t\big)\right\|}{\|\tilde{x}\|} \to 0, \ \|\tilde{x}\| \to 0 \ \ на \ \ R^n \in [t_0; \infty)$$

здесь $\left\|g(\tilde{x}, t)\right\|$ - максимум модуля компонент вектора. В окончательной форме (7) запишем в виде:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} \approx \frac{\partial \Phi}{\partial x}\big(\eta(t), t\big)\tilde{x}. \tag{8}$$

Можно показать, что система (8) по первому приближению будет иметь асимптотически устойчивое нулевое решение по Ляпунову [3]. Рассмотрим структуру системы БС, полученную в результате приближения, как линейную, неоднородную вида:

$$\frac{dx}{dt} = Z(t)x + G(t)V, \tag{9}$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \cdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \cdots \\ u_m(t) \end{bmatrix},$$

$$Z(t) = \begin{bmatrix} z_{11} \cdots z_{1n} \\ \cdots \\ z_{n1} \cdots z_{nn} \end{bmatrix}, \quad G(t) = \begin{bmatrix} g_{11} \cdots g_{1m} \\ \cdots \\ g_{n1} \cdots g_{nm} \end{bmatrix}$$

Будем искать решение (9) в виде:

$$X(t) = W(t, t_0) L(t, t_0), \tag{10}$$

где $L(t,t_0) = F(u(t))$ - некоторая матрица, зависящая от u(t).

Дифференцируя (10), получим:

$$\frac{dx}{dt} = W(t,t_0)\frac{dL}{dt} + \frac{dW}{dt}L(t,t_0). \qquad (11)$$

Подставляя решение в (11), запишем:

$$W(t,t_0)\frac{dL}{dt} + \frac{dW}{dt}L(t,t_0) = Z(t)W(t,t_0)L(t,t_0) + G(t)V.$$

Вследствие равенств

$$\frac{dW(t,t_0)}{dt} = Z(t)W(t,t_0), \quad W(t,t_0)\frac{dL}{dt} = G(t)V$$

получим:

$$\frac{dW}{dt}L(t,t_0) = Z(t)W(t,t_0)L(t,t_0).$$

Так как матрица W не вырождена, запишем:

$$\frac{dL}{dt}W^{-1}(t,t_0)G(t)V(t);$$

$$L(t,t_0) = D + \int_{t_0}^{t} W^{-1}(\tau,t)G(\tau)V(\tau)d\tau \qquad (12)$$

при $t = t_0$, $\quad L(t_0,t_0) = D$.

С учетом (11) запишем выражение (10) в виде:

$$X(t) = W(t,t_0)X(t_0) + W(t,t_0)\int_{t_0}^{t} W^{-1}(\tau,t_0)G(\tau)V(\tau)d\tau, \qquad (13)$$

где $W(t,t_0)$ - фундаментальная матрица решений.

Таким образом, установлено соответствие между вектором состояния системы, вектором начальных условий и вектором управления, что полностью определяет динамические свойства системы.

Для идентификации параметров модели (9) фазовые координаты, доступные измерению, равны

$$y = cx. \qquad (14)$$

В соответствии с [3] система (9) идентифицируема по измерениям (8) в том случае, если среди чисел

$$V^{\tau}G^{\tau}C_j, V^{\tau}G^{\tau}Z^{\tau}C_j, \ldots, V^{\tau}G^{\tau}(Z^{m-1})C_j, \; j=1,\ldots,m, \qquad (15)$$

найдется хотя бы одно, отличное от нуля.

Представленную систему (9) будем рассматривать разомкнутой в том смысле, что управления, которые присутствуют при идентификации, не будут зависеть от вектора фазовых координат.

Так поставленная задача позволяет учитывать собственную и вынужденную составляющие решения математической модели объекта управления. Общая схема идентификации по принципу настраиваемой модели представлена на (рис.1). Идентификацию параметров математической модели БС осуществляем с помощью алгоритма (идентификатора), используя значения входов V(t) и выходов $\left\{ y^*(t); y(t) \,/\, t \in \mathrm{T} \right\}$. Измерительное устройство и его модель считаем известными.

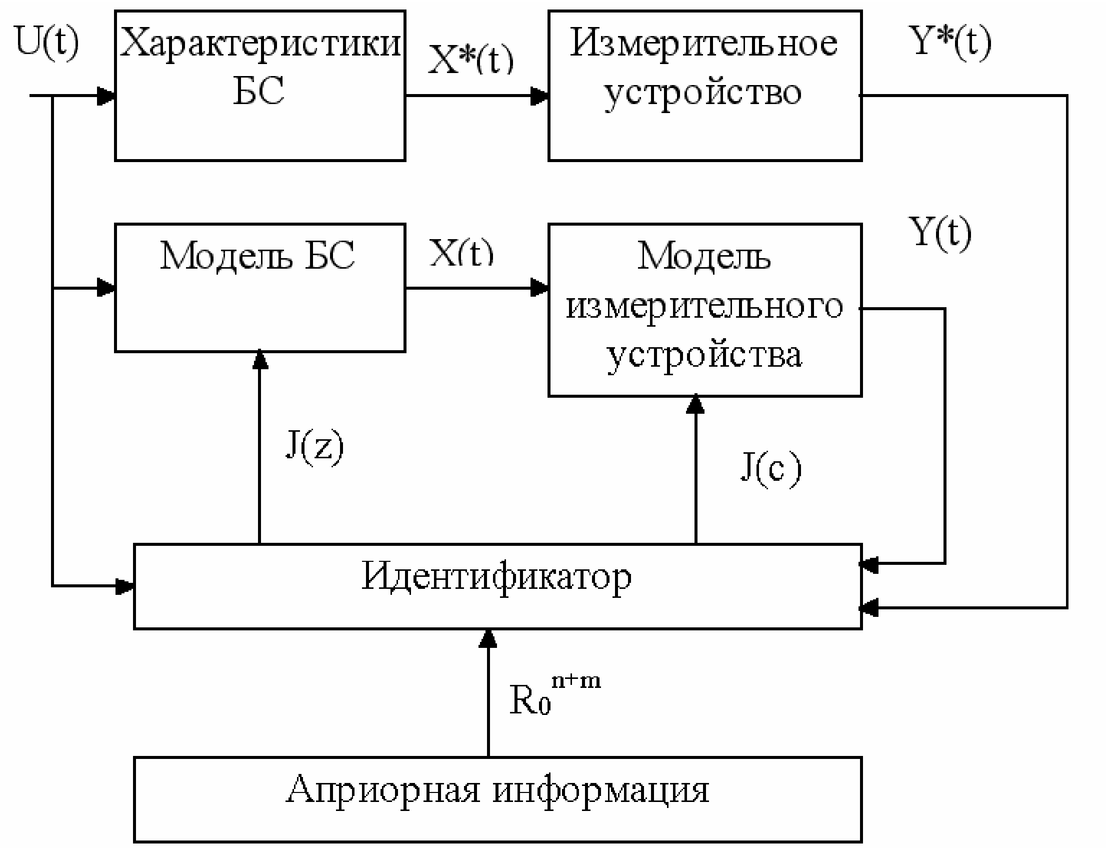

Рис.1. Структурная схема идентификации математической модели БС.

Полная модель идентификации должна быть дополнена решением вопросов выбора критерия оценки ошибок и стратегией подстраивания параметров полученной модели.

Полученная выше модель идентификации может быть использована в составе программного обеспечения тренажерных комплексов подготовки операторов буровых судов.

Литература

1. Благовещенский С.П., Холодилин А.Н. Справочник по статике и динамике корабля. − Л.: Судостроение, т.2, 1975 – 432 с.
2. Полак Э. Численные методы оптимизации. - М.: Мир, 1974 – 376 с.
3. Красовский А.А. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. − М.: Наука, 1977 – 271 с.