

УДК 519.688

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОГЛАСОВАННЫХ ЦЕПЕЙ ЗАМЕЩЕНИЯ В МНОГОПОЛЮСНИКАХ

Кондратьев Р.Е., Федотов Ю.Б.

ГОУВПО «Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева», г. Саранск

E-mail: [FedotovYB@mail.ru](mailto:FedotovYB@mail.ru)

Мустафа Г.М.

ФГУП «Всероссийский электротехнический институт им. В.И.Ленина» (ВЭИ)

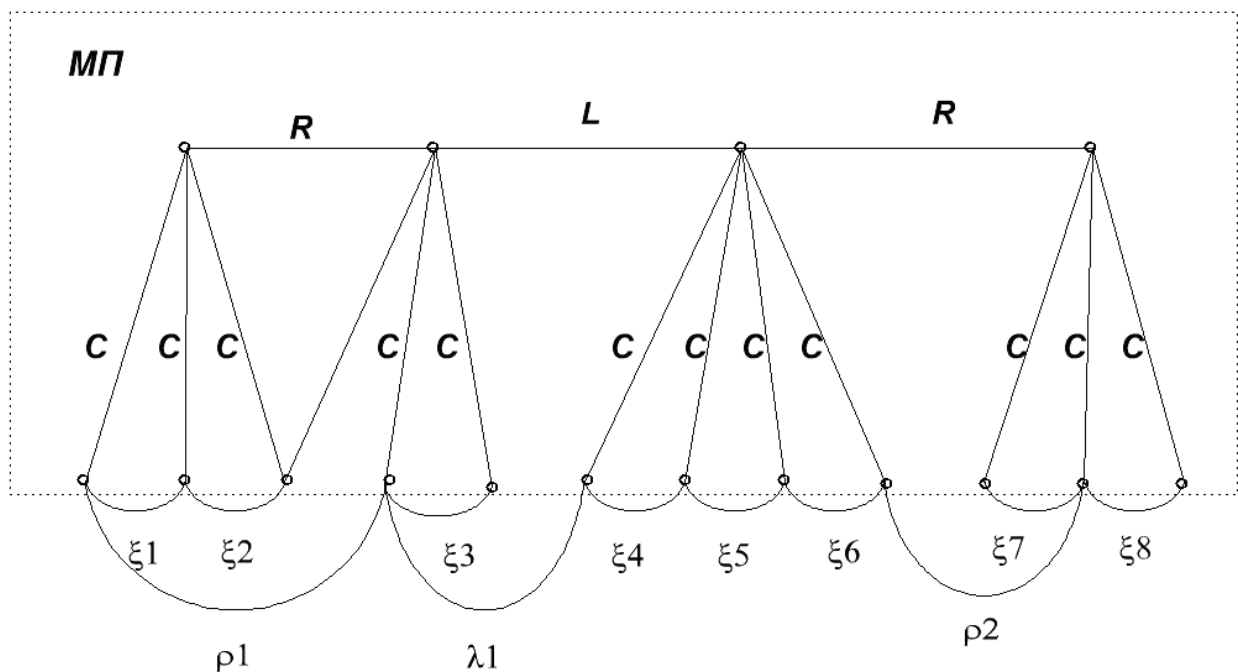
Государственный научный центр РФ, г. Москва

**Аннотация.** При рассмотрении вопроса замещающих цепей особое место стоит отдать цепям, согласованным с многополюсником.

В двувязном  $v$  - полюснике число всевозможных входов составляет  $(v-1) \cdot v/2$ , а число ветвей замещающей цепи  $(v-1)$ , так что некоторым входам сопоставляются пути из нескольких ветвей замещающей цепи. Те замещающие цепи, в которых ранги всех возможных путей совпадают с рангами соответствующих входов, называются согласованными. В первую очередь в замещающую цепь вносятся ветви низшего ранга; после того, как продолжение замещающего дерева на них становится невозможным, переходят к ветвям следующего ранга.

Нетрудно убедиться, что согласованная замещающая цепь одновременно является цепью минимального ранга, если под рангом ее понимается сумма рангов ветвей. Согласованные замещающие цепи многополюсников полностью отображают асимптотический характер входных сопротивлений, а построенная из них согласованная схема межсоединений – характер всей схемы в местах рассечения.

**Ключевые слова:** многополюсник, ранг, матрица, контур, сечение, цепь, согласование, замещение.



**Рисунок 1** Согласованная замещающая цепь 12-полюсника.

При анализе схем с разнотипными ветвями, применяется понятие ранга, упорядочивающее типы ветвей по их сопротивлению в окрестности бесконечно большой частоты

$$S^i(\vartheta_1, \vartheta_2 \dots) \text{rang } J \geq \text{rang } L > \text{rang } R > \text{rang } C \geq \text{rang } V. \quad (1)$$

На рисунке 1 замещающим ветвям различного ранга присвоены различные обозначения

$$\text{rang } \xi = \text{rang } C, \quad \text{rang } \rho = \text{rang } R, \quad \text{rang } \lambda = \text{rang } L.$$

Ранг пути, составленного из ветвей  $\vartheta_1, \vartheta_2 \dots$ , определяется как максимум рангов ветвей  $\text{rang } P(\vartheta_1, \vartheta_2 \dots) = \max \text{rang } \vartheta_i$ , а ранг сечения  $S^i(\vartheta_1, \vartheta_2 \dots)$  - как минимум  $\text{rang } S(\vartheta_1, \vartheta_2 \dots) = \min \text{rang } \vartheta_i$  (отметим, что определения эти не произвольны и прямо вытекают из рассмотрения соответствующих реактансов на высокой частоте). Пусть  $(r, s)$  - пара внешних вершин, образующая вход многополюсника;  $S_{rs}$  - множество сечений, разделяющих эти вершины;  $P_{rs}$  - множество путей, соединяющая их. Ранги входов многополюсника определяются так

$$\text{rang } \omega_{rs} = \max_{S \in S_{rs}} \text{rang } S = \min_{P \in P_{rs}} \text{rang } P, \quad (2)$$

эти ранги переносятся на замещающие ветви.

Рассмотрим алгебраический алгоритм перестройки произвольной замещающей цепи в согласованную замещающую цепь. Исходной для него является контурная матрица многополюсника, замкнутого замещающей цепью

$$B = \begin{array}{c} \overline{\sigma} \\ \text{LRC} \quad \omega \\ \left[ \begin{array}{c|c} B_{\sigma} & B_{\omega} \end{array} \right]. \end{array} \quad (3)$$

На первом шаге процедурой Гаусса определяются независимые строки в столбцах  $\omega$ , а прочие строки зануляются.

$$B = \begin{array}{c} \overline{\sigma} \\ \text{LRC} \quad \omega \\ \omega \quad \left[ \begin{array}{c|c} \alpha & \alpha \\ \sigma & \end{array} \right]. \end{array} \quad (4)$$

Следующим шагом является ортогонализация по методу Грама-Шмидта группы строк  $\omega$  к строкам  $\sigma$ ; форма (4) при этом сохраняется

На последующих шагах последовательным применением процедуры Гаусса связующий блок  $\alpha_{\omega\sigma}$  из (4) приводится к ступенчато треугольному виду

$$B = \begin{array}{c} \overline{\sigma} \\ \text{LRC} \quad \omega \\ \omega \quad \left[ \begin{array}{c|c|c|c} \alpha & \vartheta & \vartheta & \\ & \alpha & \vartheta & \alpha \\ & & \alpha & \\ \sigma & \alpha & & \end{array} \right]; \end{array} \quad (5)$$

Заметим, что в (4,5) опять используются обезличенные, т.е. не снабженные индексами, обозначения. Этим отображается то, что в рамках рассматриваемой задачи интерес представляет только клеточная структура матриц, т.е. расположение заведомо нулевых блоков (пустые клетки), невырожденных наборов строк (обозначаются  $\alpha$ ), и ненулевых, но не обязательно невырожденных, наборов строк (обозначены  $\vartheta$ ).

Субблок  $\alpha_{\omega\omega}$  является по построению неособенной квадратной матрицей. На последнем шаге производится преобразование замещающей цепи вида (2), причем  $\alpha_{\omega\omega}$  используется в качестве матрицы преобразования

$$U_{\omega,стар} = \alpha_{\omega\omega} U_{\omega,нов}. \quad (6)$$

В результате его контурная матрица получает клеточную структуру

$$B = \begin{matrix} & & \sigma & & \omega & & \\ & & \overline{L} & \overline{R} & \overline{C} & \overline{\lambda} & \overline{\rho} & \overline{\xi} \\ \omega & \left[ \begin{array}{c|ccc|cc} \lambda & \alpha & \vartheta & \vartheta & E & & \\ \rho & & \alpha & \vartheta & & E & \\ \xi & & & \alpha & & & E \\ \sigma & \alpha & & & & & \end{array} \right] & , & (7) \end{matrix}$$

показывающую, что перестроенная замещающая цепь является согласованной.

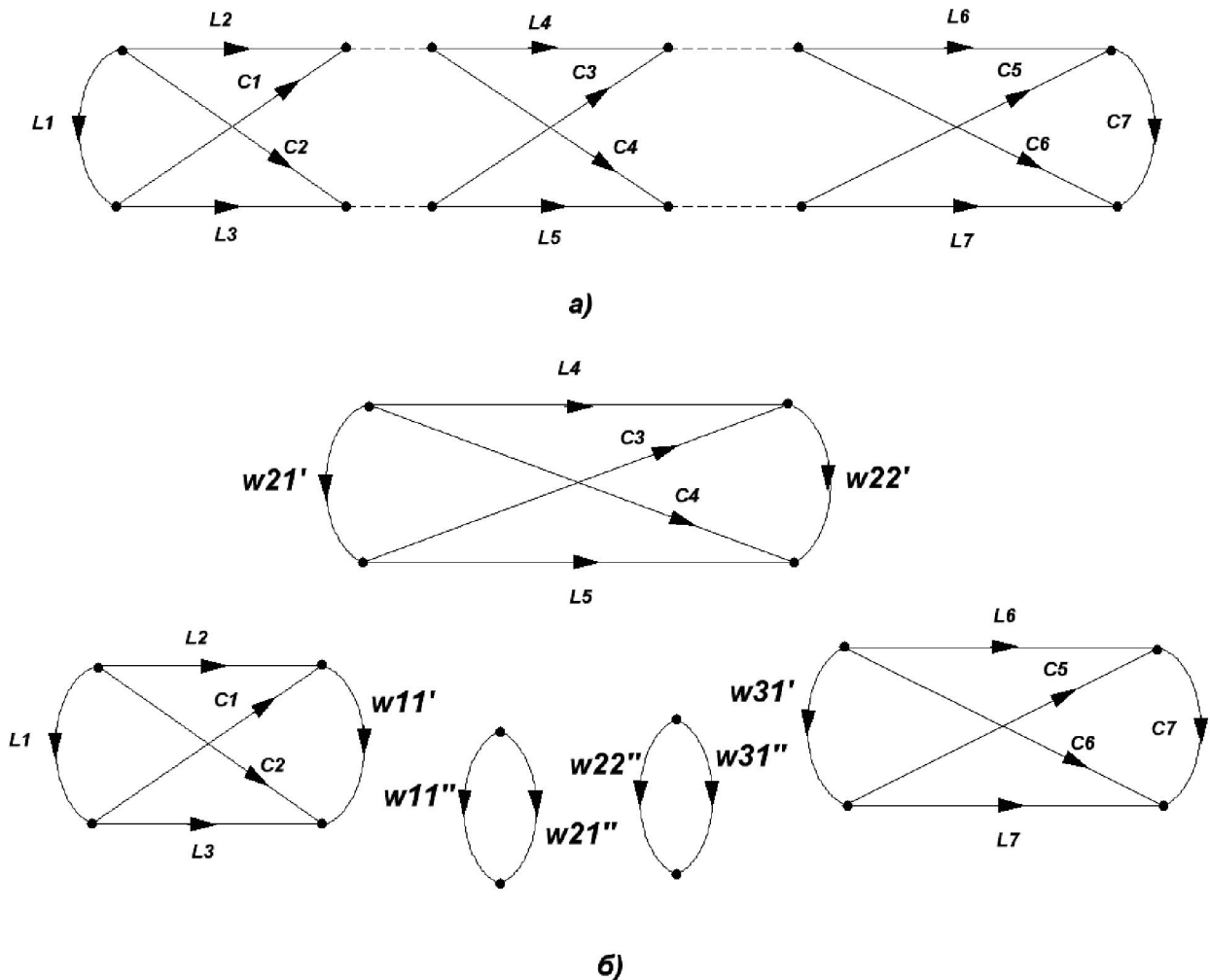


Рисунок 2 Разбиение схемы с применением алгебраического алгоритма.

Исходная схема в целом (а) и по частям (б).

Замещающим ветвям присвоены типы по виду замыкаемых ими путей, так  $\lambda$ -ветви замыкают только такие входы, в которых каждый путь содержит индуктивностью. В матрице (7) это отображается тем, что все диагональные субблоки в следующем блоке ( $\omega$ ,  $\sigma$ ) являются

невырожденными ( $\alpha$ -субблоки). Благодаря выполненной на втором шаге ортогонализации строк ( $\sigma$ ,  $\omega$ ), никакая линейная комбинация строк  $\sigma$ ,  $\omega$  не может снизить ранга упомянутых диагональных субблоков, и замещающей ветви присваивается более высокий ранг только в том случае, если присвоение низшего невозможно. В геометрической интерпретации этому отвечает правило первоочередного включения замещающих ветвей на  $s$ -пути и т.д.

Проиллюстрируем алгоритм разбиения и алгоритм согласования замещающей цепи на примере рисунка 2, разделяемой на три части.

Исходная контурная матрица вида (7) здесь такова

	L			C		L		C		L		C		
	1	2	3	1	2	4	5	3	4	6	7	5	6	7
1	1			1	-1		-1		1					
2		1			-1		-1		1					
3			1	-1			1		-1					
4						1	1	-1	-1					
5							-1	1		1		-1		
6							1	-1			1		-1	
7							1	-1				1	-1	1

Выполняя разделение и ортогонализацию, получаем компоненты  $a_i, b_i$ ,  $i=1,2,3$  формы (8)

$$a1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & -1 & \\ 1 & & 1 & & -1 \end{bmatrix}, \quad b1 = \begin{bmatrix} & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$a2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$a3 = \begin{bmatrix} & 1 & & -1 & -1 \\ 1 & & & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & \end{bmatrix}.$$

Далее вычисляется матрица вида (18), подобная контурной матрице схемы межсоединений

	$\omega_{11}$	$\omega_{21}$	$\omega_{22}$	$\omega_{31}$
1	2	2		
2	2	2		
3	-2	-2		
4				
5			2	2
6			-2	-2
7			-2	-2

Исключая из нее избыточные строки, получаем искомую контурную матрицу схемы межсоединений

$$b0 = \begin{bmatrix} & \omega_{11} & \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{31} \\ 1 & 1 & & & \\ & & 1 & 1 & \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Контурные матрицы подсхем составляются по формуле (19).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{L} \qquad \qquad \text{C} \\
 \hline
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad \omega_{11} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 -1 & 1 & & -1 & & \\
 \hline
 1 & & 1 & & -1 & \\
 \hline
 & 1 & -1 & 1 & -1 & -4 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \text{v1=}
 \end{array}
 ,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{L} \qquad \qquad \text{C} \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \quad \omega_{21} \quad \omega_{22} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 1 & -1 & -1 & & \\
 \hline
 1 & -1 & -1 & 1 & -4 & \\
 \hline
 1 & -1 & 1 & -1 & & -4 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \text{v2=}
 \end{array}
 ,
 \end{array}
 \tag{9}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{L} \qquad \qquad \text{C} \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad \omega_{31} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 & 1 & & -1 & -1 & \\
 \hline
 1 & & & -1 & 1 & \\
 \hline
 1 & -1 & -1 & 1 & & -4 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \text{v3=}
 \end{array}
 .$$

Получением этих матриц процедура разбиения завершается. Получаемые контурные матрицы в общем случае могут и не иметь графического представления. В рассматриваемом примере оно имеется и представлено на рис.2 б (следует учесть, что последним строкам v1, v3 соответствуют составные контуры).

Рассмотрим согласование замещающих цепей. Для двухполюсников замещающая цепь единственна (и тем самым – всегда согласована), поэтому рассматривать нужно только вторую подсхему. Приводя v2 к ступенчатой форме (5), получаем

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{L} \qquad \qquad \text{C} \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \quad \omega_{21} \quad \omega_{22} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 1 & -1 & -1 & & \\
 \hline
 1 & -1 & & & -2 & -2 \\
 \hline
 & & 1 & -1 & 2 & -2 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \text{v2=}
 \end{array}
 .$$

Далее используется преобразование координат  $\omega$ -ветвей, диагонализующее блок  $\mathcal{G}_\omega$ . Для преобразования (6) используется матрица

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

пропорциональная  $\mathcal{G}_\omega^{-1}$ . В результате преобразования получаем

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{L} \qquad \qquad \text{C} \qquad \qquad \omega \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \quad 21 \quad 22 \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 1 & -1 & -1 & & \\
 \hline
 1 & -1 & & & 4 & \\
 \hline
 & & 1 & -1 & & 4 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 \text{v}_2=
 \end{array}
 ,
 \tag{10}$$

и преобразованную матрицу межсоединений

$$B_0 = \begin{array}{c} \omega \\ \hline \begin{array}{cccc} 11 & 21 & 22 & 31 \\ \hline 1 & -1 & 1 & \\ \hline & -1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} . \quad (11)$$

Нетрудно убедиться в том, что преобразованная матрица межсоединений, хоть она и составлена из элементов  $(0, \pm 1)$ , не является матрицей графа. Этим отображается здесь тот факт, что в наглядно-геометрическом смысле второй блок схемы 2 не имеет согласованной замещающей цепи, состоящей из двух ветвей. Никаких содержательных особенностей с этим обстоятельством не связано; в более широком смысле согласованная замещающая схема у нее есть, как и у любой схемы вообще.

### Литература

1. Мустафа Г.М. Анализ по частям электрических цепей с идеальными ключами / Электричество. №11,1980 с.39–44.
2. Сигорский В.П. Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем.– М: Советское радио, 1976.