

## ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ ДЛЯ ОЦЕНКИ СРЕДСТВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

С.М. Мурюмин

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева  
Тел.: (834–2) 47–07–42

**Аннотация.** В работе рассмотрено применение многокритериальной теории полезности МАУТ при выборе ПЭВМ. Приведен перечень критериев, построены одномерные функции полезности, получены многомерные функции для типовых систем вычислительной техники.

**Ключевые понятия:** функция полезности, критерий, весовые коэффициенты, согласование.

Построение функции полезности следует начинать с разработки перечня критериев<sup>1</sup>. Опрашивается несколько человек, довольно давно занимающихся программированием и не понаслышке знающих компьютер и все, что с ним связано, что их больше всего привлекает в компьютере и по каким параметрам они оценивают ту или иную модель. В результате опросов выяснилось, что критериями оценки компьютера могут быть следующие параметры:

1. Производительность процессора.
2. Объем оперативной памяти.
3. Пропускная способность (частота) системной шины.
4. Объем внешней памяти.
5. Объем кэш-памяти.
6. Объем видеопамати.
7. Размер диагонали монитора.
8. Шаг точки (размер зерна) монитора.
9. Частота обновления (вертикального) изображения на мониторе.
10. Скорость CD-ROM дисководов.
11. Надежность.

В результате дополнительных опросов удалось выяснить диапазоны и единицы измерения данных критериев. Они оказались такими:

- объем оперативной памяти изменяется от 64 до 1024 Мб (мегабайт);
- пропускная способность системной шины изменяется от 66 до 200 Мгц (мегагерц);
- объем внешней памяти изменяется от 1 до 50 Гб (гигабайт); объем кэш-памяти изменяется от 256 до 1024 Кб (килобайт);

- объем видеопамати изменяется от 1 до 16 Мб (мегабайт);
- размер диагонали монитора изменяется от 14 до 22 дюймов;
- шаг точки монитора изменяется от 0.3 до 0.24 мм;
- частота обновления изображения на мониторе изменяется от 60 до 120 гц;
- скорость CD-ROM дисководов изменяется от 8 до 64-скоростного;

Надежность оценить довольно сложно, и к тому же современные фирмы производители компьютерной техники не сильно различаются по качеству изготовления своих комплектующих, поэтому считать надежность находящейся на достаточно высоком уровне и заменил этот критерий на другой — среднее значение гарантийного срока, даваемого на комплектующие вычислительной системы. Значения этого критерия изменялись от 1 месяца до 24 месяцев.

Труднее всего было разобраться с производительностью процессора, но после долгих консультаций с экспертами было решено ввести условную единицу, равную тактовой частоте процессора, умноженной на субъективный коэффициент, определяемый типом процессора. Учитывая изменение тактовой частоты от 200 до 950 Мгц, и определив субъективным образом коэффициенты для наиболее распространенных типов процессоров, а именно:

Intel Pentium коэффициент равен 1;

Intel PentiumII коэффициент равен 1.5;

Intel PentiumIII коэффициент равен 2;

AMD K6-2 коэффициент равен 1.5;

AMD Athlon коэффициент равен 1.9;

AMD Duron коэффициент равен 1.9;

Intel Celeron коэффициент равен 1.4

был определен диапазон данного критерия. Он изменялся от 200 до 1900 условных единиц.

Далее опрашивалось, что изменится, если будет оцениваться компьютер с доступом в Internet. Был дан ответ, что появится потребность в модеме.

Главным критерием оценки модема является его скорость (т.е. скорость считывания и передачи информации по сети). Она изменяется от 2400 до 111000 бит/с (бит в секунду).

Потом опрашивалось, что изменится, если будет оцениваться небольшая локальная сеть (т.е. сеть, в которой столько рабочих станций, что пропускная способность сети не сильно зависит от количества рабочих станций, работающих в данный момент в сети). Был дан ответ, что модем не понадобится, и что оценка такой сети будет состоять из среднего значения полезности всех компьютеров этой сети и оценки пропускной способности сети. Пропускная способность сети изменяется от 10 до 1433.6 Мбит/с (мегабит в секунду).

Таким образом, было получено 13 критериев оценки вычислительных систем, а также диапазоны изменения их значений.

После этого было решено перейти к нахождению соответствующих одномерных функций полезности.

## Нахождение одномерных функций полезности

Сначала выясняется, монотонны наши функции, или нет. Для этого надо задавать вопросы типа, какое значение предпочтительней,  $x_i$  или  $x_{i+1}$  ( $x_i < x_{i+1}$  и  $i = 1, 2, \dots, n$ ). Если во всех  $n$  случаях ответ будет одинаковым ("предпочтительней  $x_i$ " или "предпочтительней  $x_{i+1}$ "), то надо спросить: если  $x_k > x_j$ , в первом случае, всегда ли  $x_j$  предпочтительней  $x_k$ , а во втором случае, всегда ли  $x_k$  предпочтительней  $x_j$ .

Опрашивается несколько человек и выясняется, что все тринадцать функций являются монотонными, причем, функция по восьмому критерию (размер зерна) убывающая, а остальные функции возрастающие. Поэтому координаты восьмой функции берем в обратном порядке, а координаты остальных функций в прямом порядке, что подтверждают ограничения наших критериев.

Далее, путем опросов выявляются некоторые значения функций полезности и по этим значениям строятся эти функции.

1.  $U_1(x)$ ,  $x$  изменяется от 200 у.е. до 1900 у.е.

Сначала находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 200, 1900 \rangle$ , где 50% выпадения 200 и 50% выпадения 1900.

Спрашивается: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 200, 1900 \rangle$  или 500. Ответ был: предпочитаю лотерею. Далее: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 200, 1900 \rangle$  или 1500. Ответ был: предпочитаю 1500. Потом: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 200, 1900 \rangle$  или 700. Ответ был: предпочитаю лотерею. Потом я спрашивал: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 200, 1900 \rangle$  или 1300. Ответ был: предпочитаю лотерею. Затем: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 200, 1900 \rangle$  или 1300. Ответ был: предпочитаю 1300. И так далее сужая кольцо. В среднем выходило, что детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 200, 1900 \rangle$  равнялся 88. Следовательно, полезность, приписываемая 1050, должна быть равна ожидаемой полезности лотереи  $\langle 200, 1900 \rangle$ . Более точно, полагаем

$U_1(884) = 0.5 \cdot U_1(200) + 0.5 \cdot U_1(1900)$ . Принимая  $U_1(1900) = 1$ ,  $U_1(200) = 0$ , получаем  $U_1(884) = 0.5$ .

Далее находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 884, 1900 \rangle$  по аналогичной процедуре. Он оказался равен 1340. Следовательно, получаем  $U_1(1340) = 0.75$ .

Затем детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 884, 200 \rangle$ . Он оказался равен 508. Следовательно,  $U_1(508) = 0.25$ .

Следом за этим проводится небольшая проверка на согласованность и, применяя такую же процедуру, находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 1340, 508 \rangle$ . Он равнялся 88. Что подтвердило согласованность принимаемых решений.

И, наконец, через найденные точки, используя монотонность функции, строится кривая функции полезности. Используя эту кривую и значение функции в пяти точках, получаем функцию-приближение:

$$U_1(x) \approx \ln(x/1400 + 0.8571)/0.7949.$$

График этой функции изображен на рис. 1.

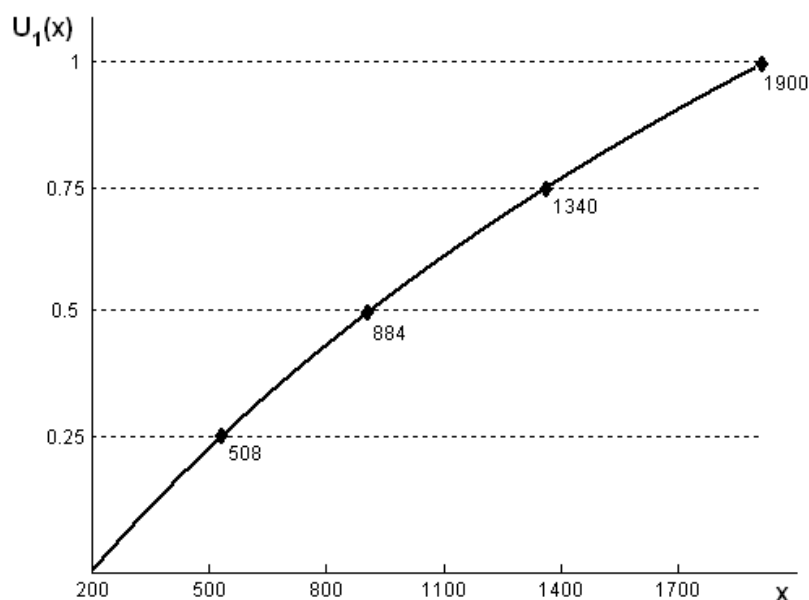


Рис. 1. Функция полезности  $U_1(x) \approx \ln(x/1400 + 0.8571)/0.7949$

2.  $U_2(x)$ ,  $x$  изменяется от 64 Мб, до 1024 Мб.

Сначала находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 64, 1024 \rangle$ , где 50% выпадения 64 и 50% выпадения 1024

Далее: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 64, 1024 \rangle$  или 128. Ответ был: предпочитаю лотерею. Далее: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 64, 1024 \rangle$  или 512. Ответ был: предпочитаю 512. Затем: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 64, 1024 \rangle$  или 200. Ответ был: предпочитаю лотерею. Далее: предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 64, 1024 \rangle$  или 300. Ответ был: предпочитаю 300. И так далее, сужая кольцо. В среднем выходило, что детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 64, 1024 \rangle$  равнялся 256. Следовательно, полезность, приписываемая 256, должна быть равна ожидаемой полезности лотереи  $\langle 64, 1024 \rangle$ . Более точно, полагаем  $U_2(256) = 0.5 \cdot U_2(64) + 0.5 \cdot U_2(1024)$ . Принимая  $U_2(1024) = 1$ ,  $U_2(64) = 0$ , получаем  $U_2(256) = 0.5$ .

Далее находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 256, 1024 \rangle$  по аналогичной процедуре. Он оказался равен 512. Следовательно,  $U_2(512) = 0.75$ .

Аналогично определяется детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 256, 64 \rangle$ .

Он оказался равен 128. Следовательно,  $U_2(128) = 0.25$ . Следом за этим проводится небольшая проверка на согласованность и, применяя такую же процедуру, находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 512, 128 \rangle$ . Он равнялся 256. Что подтвердило согласованность принимаемых решений.

И, наконец, через найденные точки, используя монотонность функции, строится кривая функции полезности. Используя эту кривую и значение функции в пяти точках, определяется функция-приближение:

$$U_2(x) \approx \ln(x)/2.7726 - 1.5.$$

График этой функции изображен на рис. 2.

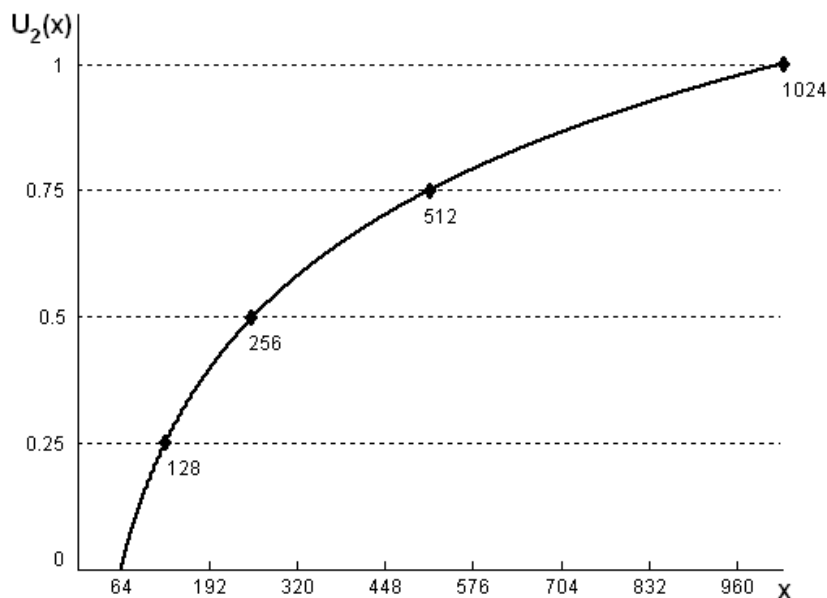


Рис. 2. Функция полезности  $U_2(x) \approx \ln(x)/2.7726 - 1.5$

3.  $U_3(x)$ ,  $x$  изменяется от 66 МГц до 200 МГц.

Детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 66, 200 \rangle$ , где 50% выпадения 66 и 50% выпадения 200. Предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 66, 200 \rangle$  или 80? Ответ был: предпочитаю лотерею. Предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 66, 200 \rangle$  или 160? Ответ был: предпочитаю 160. Предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 66, 200 \rangle$  или 100? Ответ был: предпочитаю лотерею. Предпочитаете ли вы лотерею  $\langle 66, 200 \rangle$  или 130? Ответ был: предпочитаю 130. И так далее сужая кольцо. В среднем выходило, что детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 66, 200 \rangle$  равнялся 115. Следовательно, полезность, приписываемая 115, должна быть равна ожидаемой полезности лотереи  $\langle 66, 200 \rangle$ . Более точно, полагаем  $U_3(115) = 0.5 \cdot U_3(66) + 0.5 \cdot U_3(200)$ . Принимая  $U_3(200) = 1$ ,  $U_3(66) = 0$ , получаем  $U_3(115) = 0.75$ .

Детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 115, 200 \rangle$  находится по аналогичной процедуре. Он оказался равен 152. Следовательно,  $U_3(152) = 0.75$ . Детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 115, 66 \rangle$  оказался равен 87. Следовательно,  $U_3(87) = 0.25$ .

Проводя небольшую проверку на согласованность и, применяя такую же процедуру, находится детерминированный эквивалент лотереи  $\langle 152, 87 \rangle$ . Он равнялся 115. Что подтвердило согласованность принимаемых решений.

И, наконец, через найденные точки, используя монотонность функции, строится кривая функции полезности.

Используя эту кривую и значение функции в пяти точках, имеем функцию-приближение:  $U_3(x) \approx (\ln(x/33) - 0.6931)/1.1087$ . График этой функции изображен на рис. 3.

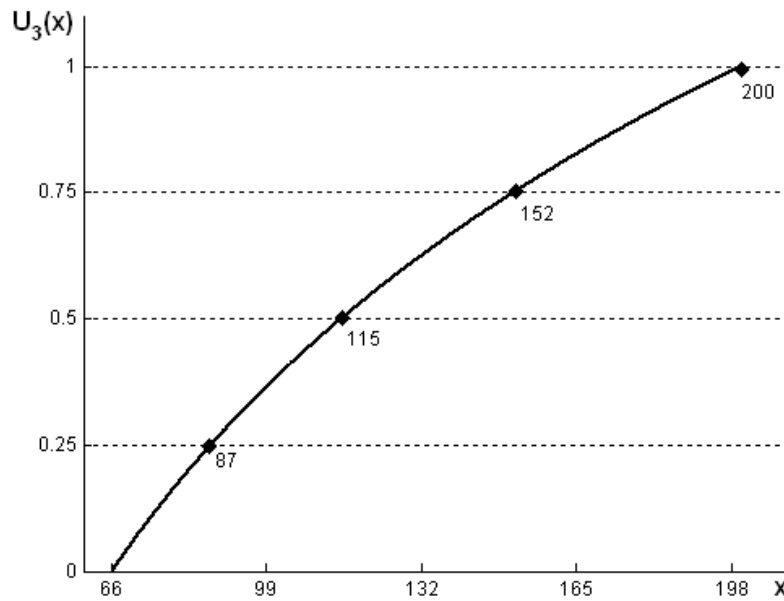


Рис. 3. Функция полезности  $U_3(x) \approx (\ln(x/33) - 0.6931)/1.1087$

Используя аналогичный алгоритм, строим еще несколько функций полезности.

$U_4(x)$ ,  $x$  изменяется от 1 Гб до 50 Гб.

Функция-приближение:  $U_4(x) \approx \ln(x/18+0.9444)/1.3143$ .

График этой функции изображен на рис. 4.

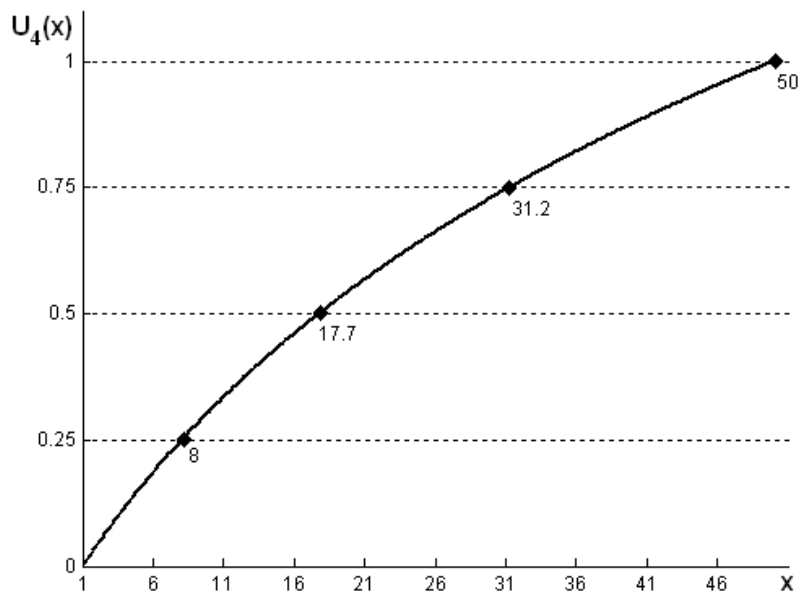


Рис. 4. Функция полезности  $U_4(x) \approx \ln(x/18+0.9444)/1.3143$

5.  $U_5(x)$ ,  $x$  изменяется от 256 Кб до 1024 Кб.

Функция-приближение:  $U_5(x) \approx 2 \times (\ln(x)/2.7726 - 2)$ .

График этой функции изображен на рис. 5.

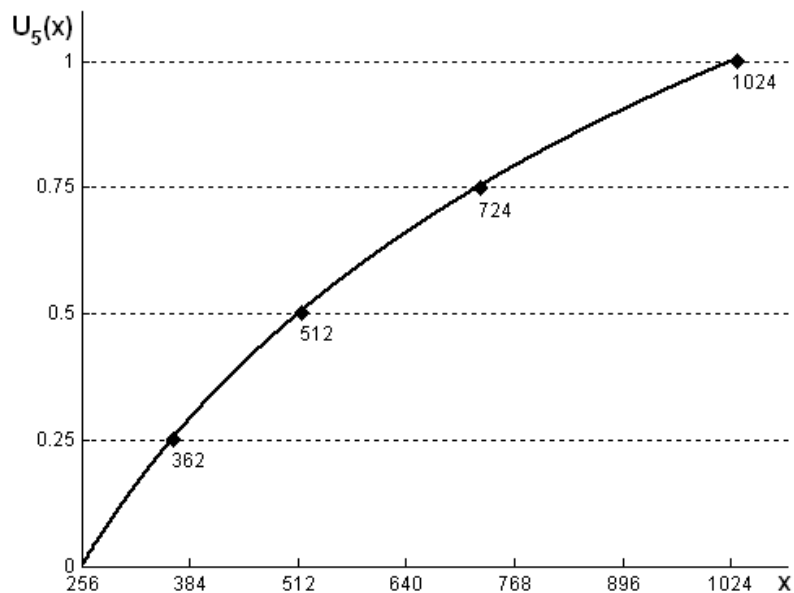


Рис. 5. Функция полезности  $U_5(x) \approx 2 \times (\ln(x)/2.7726 - 2)$

6.  $U_6(x)$ ,  $x$  изменяется от 1 Мб до 16 Мб.

Функция-приближение:  $U_6(x) \approx \ln(x/5+0.8)/1.3863$ .

График этой функции изображен на рис. 6.

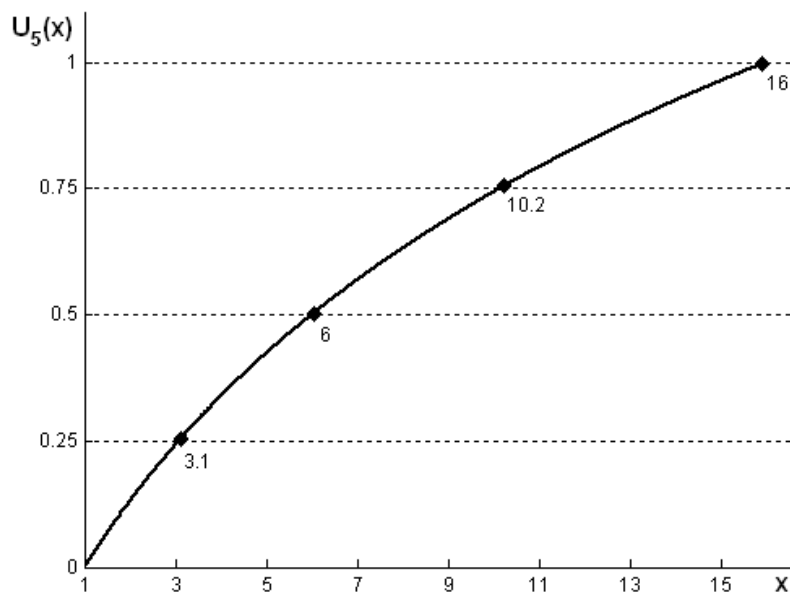


Рис. 6. Функция полезности  $U_6(x) \approx \ln(x/5+0.8)/1.3863$

7.  $U_7(x)$ ,  $x$  изменяется от 14 дюймов до 22 дюймов

Функция-приближение:  $U_7(x) \approx 1.4427 - 1/\ln(x - 12)$ .

График этой функции изображен на рис. 7.

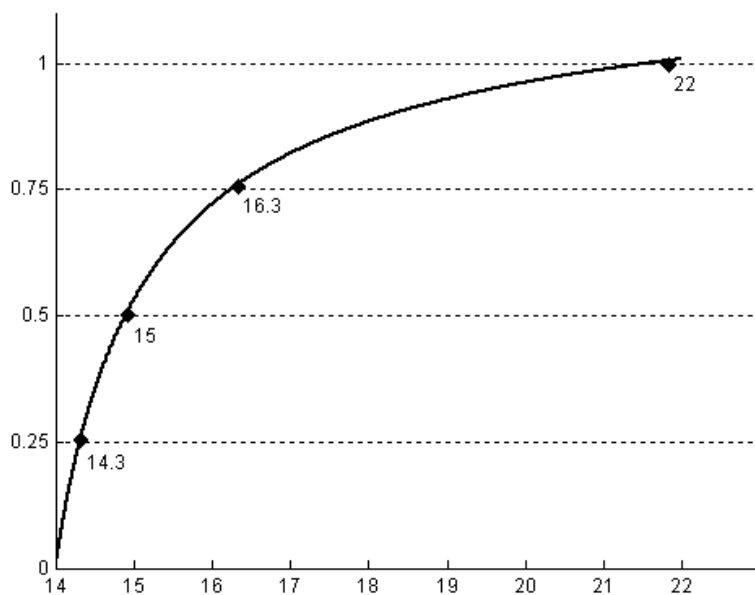


Рис. 7. Функция полезности  $U_7(x) \approx 1.4427 - 1/\ln(x - 12)$

8.  $U_8(x)$ ,  $x$  изменяется от 0.3 мм до 0.24 мм.

Функция-приближение:  $U_8(x) \approx (\exp(0.3 - x) - 1)/0.0611$ .

График этой функции изображен на рис. 8.

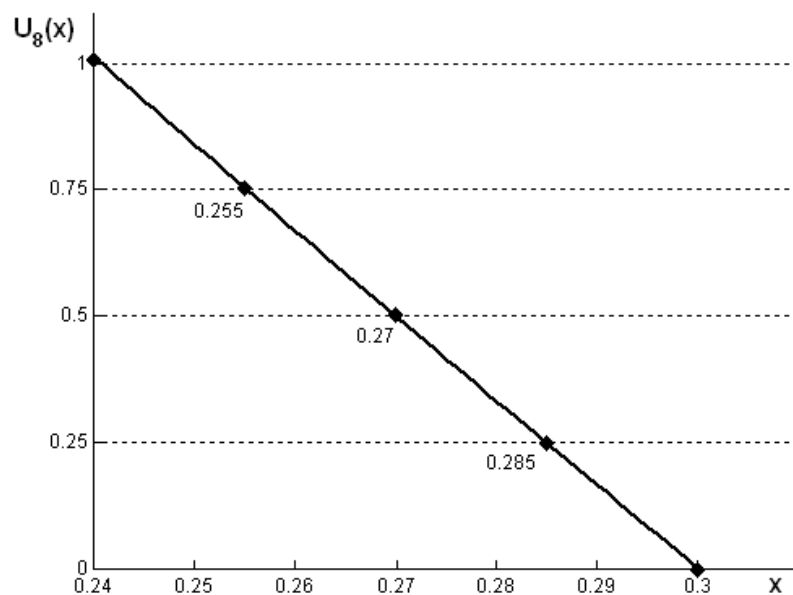


Рис. 8. Функция полезности  $U_8(x) \approx (\exp(0.3 - x) - 1)/0.0611$

9.  $U_9(x)$ ,  $x$  изменяется от 60 Гц до 120 Гц.



Функция-приближение:  $U_9(x) \approx \ln(\ln(x/30)/0.6931)/0.6931$ .  
 График этой функции изображен на рис. 9.

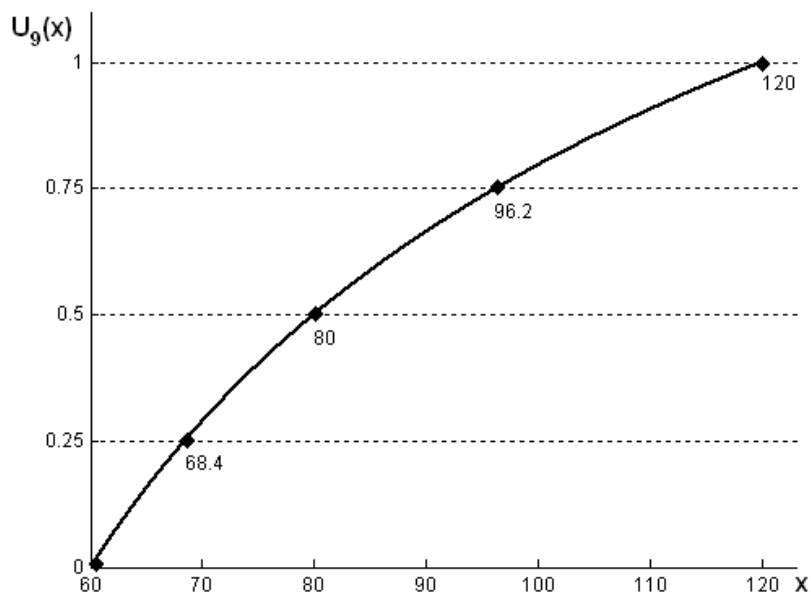


Рис. 9. Функция полезности  $U_9(x) \approx \ln(\ln(x/30)/0.6931)/0.6931$

10.  $U_{10}(x)$ ,  $x$  изменяется от 8 до 64

Функция-приближение:  $U_{10}(x) \approx \ln(\exp(x/64)/1.1331)/0.875$ .  
 График этой функции изображен на рис. 10.

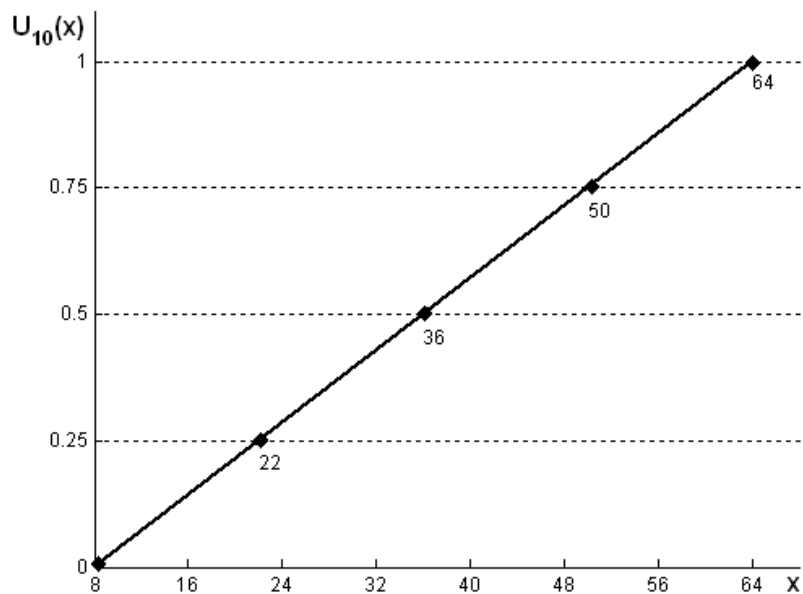


Рис. 10. Функция полезности  $U_{10}(x) \approx \ln(\exp(x/64)/1.1331)/0.875$

11.  $U_{11}(x)$ ,  $x$  изменяется от 1 мес. до 24 мес.

Функция-приближение:  $U_{11}(x) \approx \ln(x)/3.1781$ .  
 График этой функции изображен на рис. 11.

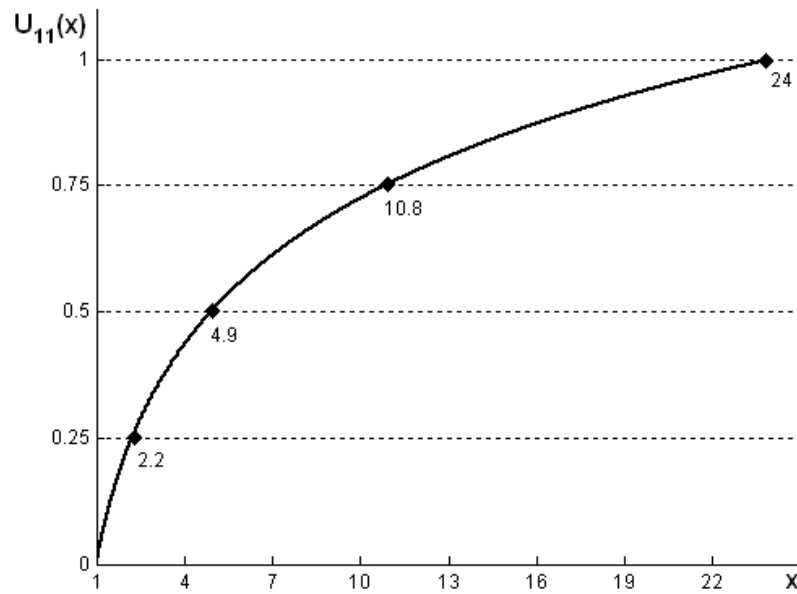


Рис. 11. Функция полезности  $U_{11}(x) \approx \ln(x)/3.1781$

12.  $U_{12}(x)$ ,  $x$  изменяется от 2400 бит/с до 111000 бит/с.

Функция-приближение:  $U_{12}(x) \approx \ln(x/2400)/3.8341$ .

График этой функции изображен на рис. 12.

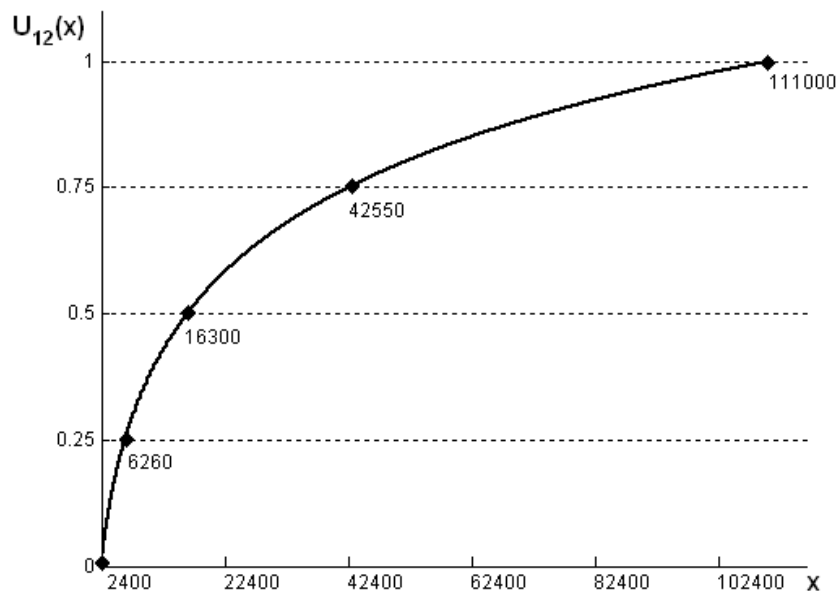


Рис. 12. Функция полезности  $U_{12}(x) \approx \ln(x/2400)/3.8341$

13.  $U_{13}(x)$ ,  $x$  изменяется от 10 Мбит/с до 1434 Мбит/с.

Функция-приближение:  $U_{13}(x) \approx \ln(x/100 + 0.9)/2.7239$ .

График этой функции изображен на рис. 13.

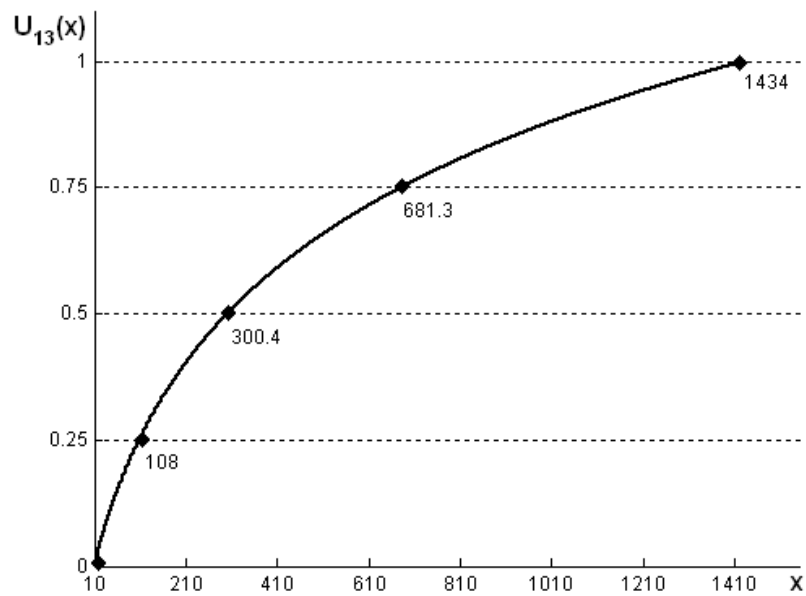


Рис. 13. Функция полезности  $U_{13}(x) \approx \ln(x/100 + 0.9)/2.7239$

После нахождения одномерных функций полезности было решено перейти к проверке условий независимости, определяющих вид общих многомерных функций полезности.

### Проверка условий независимости

Для определения общей функции полезности необходимо проверить условия независимости по полезности и независимости по предпочтению.

Проверку условия независимости по полезности можно совместить с предыдущим этапом построения однокритериальных функций полезности, что и было сделано.

Сначала лицу, принимающему решение, сообщалось, что при нахождении детерминированного эквивалента он должен принять во внимание, что по остальным критериям имеются наилучшие значения. Затем перед ЛПР ставилась та же задача, но уже в предположении, что по прочим критериям имеются наихудшие значения. Если детерминированный эквивалент в двух случаях был одинаков, то делался вывод, что критерий не зависит по полезности от прочих критериев. В результате построения одномерных функций полезности было определено, что все критерии не зависят по полезности от прочих критериев.

При проверке условия независимости по предпочтению для каждой пары критериев рассматривалась плоскость, где по осям отложены значения этих критериев (значения располагались в порядке возрастания). Например, значения первого критерия (производительность процессора) изменялись от 200 до 1900 у.е., а значения второго критерия (объем оперативной памяти) изменялись от 64 до 1024 Мб. Сначала предполагалось, что по прочим критериям имеются наилучшие значения.

Первоначально ЛПР должен был определить свое предпочтение между альтернативами [64 Мб; 1900 у.е.] и [1024 Мб; 200 у.е.]. Был выбран первый вариант. Это означает, что первый критерий более важен для ЛПР, чем второй критерий. Далее определялась точка безразличия на шкале первого критерия. У ЛПР спрашивалось, предпочитает он альтернативу [1024 Мб; 200 у.е.] или альтернативу [64 Мб; 1880 у.е.]. Был дан ответ, предпочитаю альтернативу [1024 Мб; 200 у.е.] или альтернативу [64 Мб; 1800 у.е.]. Был дан ответ, предпочитаю альтернативу [1024 Мб; 200 у.е.]. Далее у ЛПР спрашивалось, предпочитает он альтернативу [1024 Мб; 200 у.е.] или альтернативу [64 Мб; 1850 у.е.]. Был дан ответ, предпочитаю альтернативу [64 Мб; 1850 у.е.]. Далее у ЛПР спрашивалось, предпочитает он альтернативу [1024 Мб; 200 у.е.] или альтернативу [64 Мб; 1820 у.е.]. Был дан ответ, предпочитаю альтернативу [1024 Мб; 200 у.е.]. И так далее, сужая кольцо. В итоге, точкой безразличия оказалось значение 1838 у.е. Затем точно такой же поиск точки безразличия осуществлялся в предположении, что по прочим критериям имеются наилучшие значения. В этом случае точкой безразличия тоже оказалось значение 1838 у.е. Таким образом оказалось, что первый и второй критерии не зависят по предпочтению от других критериев.

Аналогичным образом была доказана независимость по предпочтению всех возможных пар критериев от других критериев.

Таким образом, было установлено, что общая функция полезности имеет либо аддитивный, либо мультипликативный вид.

### **Определение весовых коэффициентов критериев**

Отношения между весами критериев устанавливаются поиском точек безразличия на плоскостях двух критериев. В отличие от проверки условий независимости по предпочтению, по осям упорядочиваются значения критериев от худших к лучшим.

Сначала были найдены веса для первой системы вычислительной техники — отдельного персонального компьютера.

За основу был взят первый критерий, и находились отношения между первым и  $i$ -ым (где  $i$  изменяется от 2 до 13) критериями.

Везде, кроме пары 1–8, брались результаты проверки независимости по предпочтению, т.к. в этих случаях упорядочение значений критериев от худших к лучшим совпадает с упорядочением значений критериев от наименьших к наибольшему. Таким образом, были получены следующие результаты.

В паре 1–2, как уже было показано, более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 1838 у.е.

В паре 1–3 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 905 у.е.

В паре 1–4 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 862 у.е.

В паре 1–5 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 820.5 у.е.

В паре 1–6 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 588 у.е.

В паре 1–7 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 448 у.е.

В паре 1–8 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 820.5 у.е.

В паре 1–9 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 588 у.е.

В паре 1–10 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 448 у.е.

В паре 1–11 более весомым является критерий 1, а точкой безразличия значение этого критерия равно 448 у.е.

В точке безразличия полезности соответствующих альтернатив равны. Отсюда, используя построенные ранее одномерные функции полезности, находятся соотношения между весами соответствующих критериев. Если обозначить вес 1-го критерия за  $W_1$ , то в результате были получены следующие соотношения.

$$\begin{aligned} w_2 &= 0.9746 * w_1; w_3 = 0.5130 * w_1; w_4 = 0.4871 * w_1; w_5 = 0.4615 * w_1; \\ w_6 &= 0.3077 * w_1; w_7 = 0.2051 * w_1; w_8 = 0.4615 * w_1; w_9 = 0.3077 * w_1; \\ w_{10} &= 0.2051 * w_1; w_{11} = 0.2051 * w_1. \end{aligned}$$

Теперь у ЛПР спрашивалось, какое, на ваш взгляд, значение должно иметь  $w_1$ . В среднем, был дан ответ — 0.195. Исходя из этого и используя полученные уравнения, были найдены следующие весовые коэффициенты.

$$\begin{aligned} w_1 &= 0.195; w_2 = 0.19; w_3 = 0.1; w_4 = 0.095; w_5 = 0.09; w_6 = 0.06; \\ w_7 &= 0.04; w_8 = 0.09; w_9 = 0.06; w_{10} = 0.04; w_{11} = 0.04; \end{aligned}$$

Следовательно, общая многомерная функция полезности, для этой системы, имеет вид:

$$\begin{aligned} U_{\text{общ}}(x_1, \dots, x_{11}) &= \sum_{i=1}^{11} w_i U_i(x_i) = 0.195 \frac{\ln\left(\frac{x_1}{1400} + 0.8571\right)}{0.7949} + \\ &+ 0.19 \left( \frac{\ln(x_2)}{2.7726} - 1.5 \right) + 0.1 \frac{\ln\left(\frac{x_3}{33} - 0.6931\right)}{1.1087} + 0.095 \frac{\ln\left(\frac{x_4}{18} + 0.9444\right)}{1.3143} + \\ &+ 0.09 \left( \frac{\ln(x_5)}{2.7726} - 2 \right) + 0.06 \frac{\ln\left(\frac{x_6}{5} + 0.8\right)}{1.3863} + 0.04 \left( 1.4427 - \frac{1}{\ln(x_7 - 12)} \right) + \end{aligned}$$

$$+ 0.09 \frac{e^{(0.3-x_8)-1}}{0.0611} + 0.06 \frac{\ln\left(\frac{\ln(x_9/30)}{0.6931}\right)}{0.6931} + 0.04 \frac{\ln\left(\frac{e^{(x_{10}/64)}}{1.1331}\right)}{0.8750} + 0.04 \frac{\ln(x_{11})}{3.1781}.$$

Следом были найдены веса для второй системы вычислительной техники — персонального компьютера с доступом в Internet.

$$w_1 = 0.1439; w_2 = 0.1402; w_3 = 0.0738; w_4 = 0.0701; w_5 = 0.0664; w_6 = 0.0443; w_7 = 0.0295; w_8 = 0.0664; w_9 = 0.0443; w_{10} = 0.0295; w_{11} = 0.0295; w_{12} = 0.2621;$$

Следовательно, общая многомерная функция полезности, для этой системы, имеет вид:

$$U_{\text{общ}2}(x_1, \dots, x_{12}) = \sum_{i=1}^{12} w_i U_i(x_i) = 0.1439 \frac{\ln\left(\frac{x_1}{1400} + 0.8571\right)}{0.7949} +$$

$$+ 0.1402 \left( \frac{\ln(x_2)}{2.7726} - 1.5 \right) + 0.0738 \frac{\ln\left(\frac{x_3}{33} - 0.6931\right)}{1.1087} + 0.0701 \frac{\ln\left(\frac{x_4}{18} + 0.9444\right)}{1.3143} +$$

$$+ 0.0664 \left( \frac{\ln(x_5)}{2.7726} - 2 \right) + 0.0443 \frac{\ln\left(\frac{x_6}{5} + 0.8\right)}{1.3863} + 0.0295 \left( 1.4427 - \frac{1}{\ln(x_7 - 12)} \right) +$$

$$+ 0.0664 \frac{e^{(0.3-x_8)-1}}{0.0611} + 0.0443 \frac{\ln\left(\frac{\ln(x_9/30)}{0.6931}\right)}{0.6931} + 0.0295 \frac{\ln\left(\frac{e^{(x_{10}/64)}}{1.1331}\right)}{0.8750} + 0.0295 \frac{\ln(x_{11})}{3.1781} +$$

$$+ 0.2621 \frac{\ln\left(\frac{x_{12}}{2400}\right)}{3.8341}.$$

Потом были найдены веса для третьей системы вычислительной техники — небольшой локальной сети.

$$w_1 = 0.1393; w_2 = 0.1357; w_3 = 0.0714; w_4 = 0.0679; w_5 = 0.0643; w_6 = 0.0429; w_7 = 0.0286; w_8 = 0.0643; w_9 = 0.0429; w_{10} = 0.0286; w_{11} = 0.0286; w_{13} = 0.2855;$$

Следовательно, общая многомерная функция полезности, для этой системы, имеет вид:

$$U_{\text{общ}3}(x_1, \dots, x_{11}, x_{13}) = \sum_{i=1}^{11} w_i U_i(x_i) + w_{13} U_{13}(x_{13}) = 0.1393 \frac{\ln\left(\frac{x_1}{1400} + 0.8571\right)}{0.7949} +$$

$$\begin{aligned}
& + 0.1357 \left( \frac{\ln(x_2)}{2.7726} - 1.5 \right) + 0.0714 \frac{\ln\left(\frac{x_3}{33}\right) - 0.6931}{1.1087} + 0.0679 \frac{\ln\left(\frac{x_4}{18} + 0.9444\right)}{1.3143} + \\
& + 0.0643 \left( \frac{\ln(x_5)}{2.7726} - 2 \right) + 0.0429 \frac{\ln\left(\frac{x_6}{5} + 0.8\right)}{1.3863} + 0.0286 \left( 1.4427 - \frac{1}{\ln(x_7 - 12)} \right) + \\
& + 0.0643 \frac{e^{(0.3-x_8)-1}}{0.0611} + 0.0429 \frac{\ln\left(\frac{\ln(x_9/30)}{0.6931}\right)}{0.6931} + 0.0286 \frac{\ln\left(\frac{e^{(x_{10}/64)}}{1.1331}\right)}{0.8750} + 0.0286 \frac{\ln(x_{11})}{3.1781} + \\
& + 0.2855 \frac{\ln\left(\frac{x_{13}}{100} + 0.9\right)}{2.7239}.
\end{aligned}$$

В заключение была проведена небольшая проверка на согласованность. Она состояла в следующем. Направился вопрос, что вы предпочитаете, альтернативу [600 у.е., 160 Мб, 20 Гб, 512 Кб, 4 Мб, 15 дюймов, 0,28 мм, 75 Гц, 36–скоростной, 6 месяцев] или альтернативу [700 у.е., 130 Мб, 133 МГц, 15 Гб, 768 Кб, 2 Мб, 14 дюймов, 0,26 мм, 65 Гц, 42–скоростной, 4 месяца]. Был получен ответ, предпочитаю вторую альтернативу. После чего, используя найденные функции полезности, были найдены полезности этих двух альтернатив. Полезность первой альтернативы равнялась 0.3959, а полезность второй альтернативы равнялась 0.4188, что подтверждает полученный ответ. Этим и другими подобными примерами было подтверждено соответствие полученных коэффициентов предпочтениям ЛПР.

#### ПРИМЕЧАНИЕ

1. Мурюмин С. М. Теория принятия решений. Учебное пособие /С. М. Мурюмин. – Саранск: Изд-во СВМО, 2005. – 158 с.

#### Сведение об авторе

**Мурюмин Сергей Михайлович** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева.