

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Бронов С. А., Курбатов Е. М., Суханов В. В., Марарескул А. В., Блохин В. А., Авласко П. В., Поваляев В. А., Жилин М. С., Степанец В. В.

ОАО "Информационные спутниковые системы" имени академика М.Ф. Решетнёва"
(г. Железногорск)

ФГОУ ВПО "Сибирский федеральный университет" (г. Красноярск)
Тел. (+7-391) 291-22-95. E-mail: sapr@front.ru

Аннотация. В статье представлены теоретическое обоснование и принципы автоматизации параметрической идентификации моделей электромеханических устройств при раздельном питании обмоток для прецизионных электромеханических систем.

Ключевые слова: электромеханические устройства, математические модели, параметрическая идентификация.

ВВЕДЕНИЕ

Основой проектирования электромеханических систем (ЭМС) являются математические и программные модели электромеханических устройств (ЭМУ). В настоящее время теория моделирования различных типов ЭМУ хорошо развита и усилиями многих учёных сформирована обобщённая теория электромеханического преобразования энергии [1], включающая получение схем замещения, вывод уравнений электрического и механического равновесия, преобразование координат, представление уравнений в системе относительных единиц, линеаризацию, запись в векторной и матричной форме, в форме передаточных функций, а также программную реализацию моделей, в том числе, в универсальных системах моделирования типа MatLab [2].

Особенностью математической теории ЭМУ до настоящего времени было стремление выявить наиболее общие закономерности работы ЭМУ. При этом учитывались только характерные свойства того или иного типа ЭМУ, а все неидеальности исполнения конкретных экземпляров ЭМУ не учитывались. Таким образом, все ЭМУ одного типа имели одну и ту же модель, а различия были связаны только с параметрами, относящимися к конкретному типоразмеру. Это отразилось также на системах автоматизированного проектирования ЭМС, в которых в качестве моделей ЭМУ использовалось по несколько идеализированных моделей — для каждого типа. Для общепромышленного электропривода, основной задачей которого является силовое воздействие на рабочий механизм,

такой подход, основанный на идеализации ЭМУ, игнорировании неидеальностей его конструкции и погрешностей изготовления, вполне оправдан.

Применительно к прецизионным ЭМС с высокими требованиями по точности ситуация оказывается иной. В ряде случаев погрешности моделей ЭМУ (и всей ЭМС), обусловленные пренебрежением их неидеальностями, оказываются существенно большими, чем моделируемые ошибки ЭМС. В этом случае моделирование позволяет лишь проверить функционирование ЭМС, но оценить её способность обеспечивать заданные точностные характеристики оказывается невозможно.

Одним из решений этой проблемы является использование более точных математических и программных моделей ЭМУ. В них должны отражаться прежде всего погрешности изготовления конкретного экземпляра ЭМУ, который будет установлен затем в конкретную ЭМС.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработка модели ЭМУ связана всегда со структурной и параметрической идентификацией. Структурная идентификация представляет собой определение вида уравнений, описывающих процессы в ЭМУ, а параметрическая — выявление характера некоторых функциональных зависимостей и определение значений конкретных параметров.

Современная теория ЭМУ предоставляет универсальные методики определения их математических моделей с учётом и без учёта различных допущений. Исходными являются электрическая и пространственная схемы замещения. Под электрической схемой замещения понимается представление ЭМУ в виде нескольких замкнутых электрических контуров, вид которых определяется числом обмоток и схемой их соединения. Под пространственной схемой замещения понимается размещение обмоток с учётом места размещения (статор, ротор) и углов между ними.

Электрическая схема замещения приводит к уравнениям электрического равновесия в форме системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе законов электротехники — уравнений Кирхгофа, методов контурных токов и узловых потенциалов и т. п.

Пространственная схема замещения приводит к системе алгебраических уравнений, связывающих потокосцепления обмоток с протекающими в них токами (через собственные и взаимные индуктивности) и потокосцеплениями от постоянных магнитов.

Уравнения электрического равновесия дополняются уравнением механического равновесия в форме второго закона Ньютона для вращательного движения и выражением электромагнитного момента.

В общем виде уравнения ЭМУ (как дифференциальные, так и алгебраические) могут быть записаны в матричной форме и тогда они выглядят одинаково для всех типов ЭМУ: различия проявляются в выражениях индуктивностей и потокосцеплений и наличии (отсутствии) постоянных магнитов. Характер указанных выражений определяет как тип ЭМУ, так и особенности изготовления конкретного экземпляра.

Погрешности ЭМУ проявляют себя главным образом в зависимости электромагнитного момента от угла поворота: в идеальных ЭМУ момент постоянен, а в реальных — имеет пульсации, которые затем превращаются в пульсации скорости и угла поворота при вращении ротора, в том числе — в установившемся режиме.

Источниками погрешностей (пульсаций момента, скорости, угла поворота) являются особенности размещения обмоток и постоянных магнитов (если они есть), конфигурация воздушного зазора между статором и ротором, эксцентриситет ротора относительно статора (например, из-за погрешностей при изготовлении вала и подшипников) и др. Наиболее полно данная информация содержится в зависимостях потокосцеплений постоянных магнитов и индуктивностей от угла поворота ротора. В идеализированных ЭМУ эти зависимости представляются постоянными величинами или косинусоидальными функциями. В реальных экземплярах ЭМУ, вообще говоря, не бывает ни того, ни другого. Вместо постоянных величин имеются колебания (большей или меньшей амплитуды) около некоторой средней величины. Вместо косинусоид имеют место колебания неправильной формы. Эти зависимости можно разложить в ряд Фурье. При идеализации рассматривают первые два или три члена ряда.

Для некоторых зависимостей первый член ряда Фурье оказывается существенно больше остальных, амплитуды которых таковы, что сумма ряда всегда положительна. Тогда речь идёт о величине, значение которой при идеализации следует принять постоянным. Ошибка аппроксимации при этом связана со значениями амплитуд отбрасываемых членов.

Для других зависимостей первый член ряда Фурье может оказаться существенно меньше, чем амплитуды последующих членов. Это означает, что речь идёт о квазикосинусоидальных зависимостях, поэтому первый член отбрасывается, а из последующих оставляются наиболее значимые. В простейшем случае оставляют второй член и тогда осуществляется косинусоидальная аппроксимация. Её ошибка определяется отброшенными членами.

Такого рода аппроксимации необходимы для аналитических выкладок: представление индуктивностей и потокосцеплений постоянных магнитов косинусоидальными функциями существенно упрощает в дальнейшем выполнение операций дифференцирования в процессе получения завершённой математической модели ЭМУ.

Но в случае моделирования с использованием численных методов нет необходимости выполнять какую-либо аппроксимацию — можно использовать полные зависимости индуктивностей и потокосцеплений от угла поворота ротора. Для этого они должны быть получены экспериментально, затем интерполированы и включены в таком виде в численные модели ЭМУ. При этом возникает задача получения соответствующих экспериментальных характеристик. Основой для этого является математическое описание соответствующего ЭМУ, но конкретная методика экспериментального получения характеристик зависит от ряда факторов, в частности, от наличия или отсутствия постоянных магнитов, схемы соединения обмоток (раздельное подключение к источникам питания, звезда, треугольник), наличия выводов обмоток (например, общего провода

при соединении обмоток в звезду). Возникает также задача определения количества измеряемых точек, достаточного для выявления значимых отклонений измеряемых зависимостей от идеальных и не превышающего разумной величины.

МОДЕЛЬ ЭМУ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ РАЗДЕЛЬНОМ ПИТАНИИ ОБМОТОК

Обобщённая математическая модель ЭМУ включает уравнения электрического равновесия:

$$\frac{d\boldsymbol{\Psi}(t)}{dt} = -\mathbf{R} \cdot \mathbf{i}(t) + \mathbf{u}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_n(t) \end{bmatrix}$ — напряжения питания; $\mathbf{i}(t) = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ \dots \\ i_n(t) \end{bmatrix}$ — токи обмоток;

$\boldsymbol{\Psi}(t) = \begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \dots \\ \psi_n(t) \end{bmatrix}$ — потокосцепления; $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R_n \end{bmatrix}$ — сопротивления обмоток.

Уравнение потокосцеплений:

$$\boldsymbol{\Psi}[\theta_r(t)] = \mathbf{L}[\theta_r(t)] \cdot \mathbf{i}(t) + \boldsymbol{\Psi}_?[\theta_r(t)], \quad (2)$$

где \mathbf{L} — матрица индуктивностей (собственных и взаимных); потокосцепление $\boldsymbol{\Psi}$ показано как функция угла поворота, зависящего от времени t ; $\boldsymbol{\Psi}_?$ — вектор потокосцеплений постоянных магнитов с соответствующими обмотками (показан зависящим от угла поворота θ_r , зависящего, в свою очередь, от времени):

$$\boldsymbol{\Psi}_?[\theta_r(t)] = \begin{bmatrix} \psi_{?1}[\theta_r(t)] \\ \psi_{?2}[\theta_r(t)] \\ \dots \\ \psi_{?n}[\theta_r(t)] \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Выражение электромагнитного момента

$$M = \frac{1}{2} \cdot \frac{d\boldsymbol{\Psi}^T(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \mathbf{i}(t), \quad (4)$$

где берётся производная потокосцеплений по углу поворота ротора θ_r .

Выражения (1) — (4) представляют собой универсальную математическую модель ЭМУ любого типа, содержащего в общем случае обмотки и постоянные магниты.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ РАЗДЕЛЬНОМ ПИТАНИИ ОБМОТОК ЭМУ

Целью экспериментальных исследований является определение зависимостей от угла поворота ротора θ_r индуктивностей, входящих в матрицу $\mathbf{L}(\theta_r)$, и вектора потокосцеплений постоянных магнитов с обмотками $\Psi_{\varphi}(\theta_r)$. Непосредственное измерение указанных величин невозможно, а поэтому необходимо использовать косвенные измерения, основанные на законе электромагнитной индукции Фарадея, в соответствии с которым ЭДС определяется как производная потокосцепления по времени:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}[\theta_r(t)] &= -\frac{d\Psi[\theta_r(t)]}{dt} = -\frac{d}{dt} \{ \mathbf{L}[\theta_r(t)] \cdot \mathbf{i}(t) + \Psi_{\varphi}[\theta_r(t)] \} = \\ &= -\frac{d}{dt} \{ \mathbf{L}[\theta_r(t)] \cdot \mathbf{i}(t) \} - \frac{d}{dt} \{ \Psi_{\varphi}[\theta_r(t)] \} = \\ &= -\left\{ \frac{d\mathbf{L}[\theta_r(t)]}{dt} \cdot \mathbf{i}(t) + \mathbf{L}[\theta_r(t)] \cdot \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} \right\} - \frac{d\Psi_{\varphi}[\theta_r(t)]}{dt} = \\ &= -\left\{ \frac{d\mathbf{L}(\theta_r)}{d\theta_r} \frac{d\theta_r(t)}{dt} \cdot \mathbf{i}(t) + \mathbf{L}(\theta_r) \cdot \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} \right\} - \frac{d\Psi_{\varphi}(\theta_r)}{d\theta_r} \frac{d\theta_r(t)}{dt} = \\ &= -\omega_r(t) \frac{d\mathbf{L}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \mathbf{i}(t) - \mathbf{L}(\theta_r) \cdot \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} - \omega_r(t) \frac{d\Psi_{\varphi}(\theta_r)}{d\theta_r}. \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) присутствуют три составляющие ЭДС. В зависимости от конструкции двигателя и режима его работы при проведении эксперимента, можно использовать все или некоторые составляющие.

В ЭМУ с постоянными магнитами в общем виде присутствуют все три составляющие:

$$\mathbf{e}[\theta_r(t)] = -\omega_r(t) \frac{d\mathbf{L}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \mathbf{i}(t) - \mathbf{L}(\theta_r) \cdot \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} - \omega_r(t) \frac{d\Psi_{\varphi}(\theta_r)}{d\theta_r}. \quad (6)$$

В ЭМУ без постоянных магнитов отсутствует составляющая, обусловленная постоянными магнитами на роторе, поэтому остаются только первые две составляющие:

$$\mathbf{e}[\theta_r(t)] = -\omega_r(t) \frac{d\mathbf{L}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \mathbf{i}(t) - \mathbf{L}(\theta_r) \cdot \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt}. \quad (7)$$

Экспериментально можно измерять значения $\mathbf{e}[\theta_r(t)]$, а через них определять индуктивности $\mathbf{L}(\theta_r)$ и потокосцепления от постоянных магнитов $\Psi_{\varphi}(\theta_r)$.

В случае отсутствия постоянных магнитов измерение упрощается, если осуществлять их при неподвижном роторе ($\omega_r = 0$):

$$\mathbf{e}[\theta_r(t)] = -\mathbf{L}(\theta_r) \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}(t). \quad (8)$$

Уравнение (8) обычно разрешается относительно $\mathbf{i}(t)$ при заданных $\mathbf{e}[\theta_r(t)]$ и $\mathbf{L}(\theta_r)$. В данном случае известными (измеренными) являются токи $\mathbf{i}(t)$ и ЭДС $\mathbf{e}[\theta_r(t)]$, а найти необходимо индуктивности $\mathbf{L}(\theta_r)$:

$$\mathbf{L}(\theta_r) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline l_{1,1}(\theta_r) & l_{1,2}(\theta_r) & \dots & l_{1,n}(\theta_r) \\ \hline l_{2,1}(\theta_r) & l_{2,2}(\theta_r) & \dots & l_{2,n}(\theta_r) \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline l_{n,1}(\theta_r) & l_{n,2}(\theta_r) & \dots & l_{n,n}(\theta_r) \\ \hline \end{array},$$

где n — число обмоток.

Число индуктивностей (собственных и взаимных) составляет n^2 , а уравнений в (8) — n :

$$\left. \begin{array}{l} -e_1(t) = l_{1,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + l_{1,2}(\theta_r) \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + \dots + l_{1,n}(\theta_r) \cdot \frac{di_n(t)}{dt}; \\ -e_2(t) = l_{2,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + l_{2,2}(\theta_r) \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + \dots + l_{2,n}(\theta_r) \cdot \frac{di_n(t)}{dt}; \\ \dots \\ -e_n(t) = l_{n,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + l_{n,2}(\theta_r) \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + \dots + l_{n,n}(\theta_r) \cdot \frac{di_n(t)}{dt}. \end{array} \right\} \quad (9)$$

Поэтому из (9) найти непосредственно все индуктивности, входящие в $\mathbf{L}(\theta_r)$, невозможно. Но можно проводить эксперименты следующим образом. Следует задавать ток в одну из обмоток, например, $i_j(t)$, а на остальных обмотках измерять ЭДС:

$$\left. \begin{array}{l} -e_2(t) = l_{2,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + l_{2,2}(\theta_r) \cdot 0 + \dots + l_{2,n}(\theta_r) \cdot 0; \\ \dots \\ -e_n(t) = l_{n,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + l_{n,2}(\theta_r) \cdot 0 + \dots + l_{n,n}(\theta_r) \cdot 0, \end{array} \right\}, \dots \left. \begin{array}{l} e_2(t) = l_{2,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt}; \\ \dots \\ e_n(t) = l_{n,1}(\theta_r) \cdot \frac{di_1(t)}{dt}, \end{array} \right\}$$

где измеряются все ЭДС, кроме ЭДС обмотки, через которую протекает ток $i_j(t)$. Если ток $i_j(t)$ синусоидальный (а это всегда можно обеспечить с помощью соответствующего генератора синусоидального напряжения), то

$$i_j(t) = \sqrt{2} I_j \sin(\omega t), \quad (10)$$

где I_j — действующее значение тока (измеряемое амперметром) j -ой обмотки; ω — угловая частота тока, задаваемая с помощью генератора.

Производная синусоидального тока:

$$\frac{di_j(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{2} I_j \sin(\omega t) = \sqrt{2} I_j \omega \cdot \cos(\omega t). \quad (11)$$

Процедура измерения включает задание угла поворота ротора θ_r , измерение действующего значения тока I_j в обмотке и действующего значения E ЭДС в остальных обмотках:

$$e_k(t) = \sqrt{2} E_k \cos(\omega t), \quad (12)$$

где записана функция косинуса, как и для тока, поскольку в соответствии с (8) эти функции должны быть одинаковыми — между током и ЭДС в (8) записан только коэффициент взаимной индукции. Если бы обмотка была замкнута и в ней протекал ток, то напряжение на клеммах имело бы фазовый сдвиг в зависимости от сочетания активного и индуктивного сопротивлений обмоток. При рассмотрении ЭДС фазовый сдвиг относительно тока отсутствует.

Тогда получается система выражений:

$$\sqrt{2} E_k \cos(\omega t) = l_{k,1}(\theta_r) \cdot \sqrt{2} I_j \omega \cdot \cos(\omega t), \quad j, k = 1, \dots, n, \quad j \neq k,$$

откуда находятся значения индуктивностей:

$$l_{k,j}(\theta_r) = \frac{E_k}{\omega I_j} = \frac{E_k}{2\pi f \cdot I_j}, \quad j, k = 1, \dots, n, \quad j \neq k, \quad (13)$$

т. е. для вычисления используются действующие значения тока питаемой обмотки j , частота питания и действующее значение ЭДС контролируемой обмотки k .

Из (13) определяются взаимные индуктивности между первой обмоткой и остальными обмотками. Для определения собственной индуктивности питаемой обмотки необходимо контролировать напряжение генератора и решить дифференциальное уравнение первой обмотки:

$$\frac{d\psi_j(t)}{dt} = -R_j \cdot i_j(t) + u_j(t). \quad (14)$$

Потокосцепление (с учётом того, что токи в остальных обмотках отсутствуют)

$$\psi_j(t) = l_{j,j}(\theta_r) \cdot i_j(t), \quad (15)$$

поэтому уравнение электрического равновесия для запитанной обмотки:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [l_{j,j}(\theta_r) \cdot i_j(t)] &= -R_j \cdot i_j(t) + u_j(t); \\ i_j(t) \cdot \frac{dl_{j,j}(\theta_r)}{dt} + l_{j,j}(\theta_r) \cdot \frac{di_j(t)}{dt} &= -R_j \cdot i_j(t) + u_j(t); \\ i_j(t) \cdot \frac{dl_{j,j}(\theta_r)}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} + l_{j,j}(\theta_r) \cdot \frac{di_j(t)}{dt} &= -R_j \cdot i_j(t) + u_j(t); \end{aligned}$$

$$\omega_r \cdot i_j(t) \cdot \frac{dl_{j,j}(\theta_r)}{d\theta_r} + l_{j,j}(\theta_r) \cdot \frac{di_j(t)}{dt} = -R_j \cdot i_j(t) + u_j(t). \quad (16)$$

При неподвижном роторе ($\omega_r = 0$):

$$l_{j,j}(\theta_r) \cdot \frac{di_j(t)}{dt} = -R_j \cdot i_j(t) + u_j(t);$$

$$u_j(t) = l_{j,j}(\theta_r) \cdot \frac{di_j(t)}{dt} + R_j \cdot i_j(t). \quad (17)$$

Если напряжение питания синусоидальное:

$$u_j(t) = \sqrt{2}U_j \sin(\omega t), \quad (18)$$

то и ток — синусоидальный:

$$i_j(t) = \sqrt{2}I_j \sin(\omega t - \beta_j), \quad (19)$$

где β_j — фазовый сдвиг тока относительно напряжения питания.

При синусоидальных напряжении (18) и токе (19) собственная индуктивность запитанной обмотки

$$\sqrt{2}U_j \sin(\omega t) = l_{j,j}(\theta_r) \cdot \frac{d}{dt} [\sqrt{2}I_j \sin(\omega t - \beta_j)] + R_j \cdot \sqrt{2}I_j \sin(\omega t - \beta_j).$$

После ряда преобразований:

$$\sqrt{2}U_j \sin(\omega t) = l_{j,j}(\theta_r) \cdot \omega \cdot \sqrt{2}I_j \cos(\omega t - \beta_j) + R_j \cdot \sqrt{2}I_j \sin(\omega t - \beta_j).$$

$$U_j \sin(\omega t) = R_j \cdot I_j \sin(\omega t - \beta_j) + \omega \cdot l_{j,j}(\theta_r) \cdot I_j \cos(\omega t - \beta_j).$$

$$U_j \sin(\omega t) = I_j \left[R_j \cdot \sin(\omega t - \beta_j) + \omega \cdot l_{j,j}(\theta_r) \cdot \cos(\omega t - \beta_j) \right].$$

В соответствии с тригонометрическим выражением

$$a \cdot \sin(x) + b \cdot \cos(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin\left(x + a \cdot \tan \frac{b}{a}\right)$$

уравнение равновесия напряжений при синусоидальном питании:

$$U_j \sin(\omega t) = I_j \sqrt{\omega^2 \cdot l_{j,j}^2(\theta_r) + R_j^2} \sin\left(\omega t - \beta_j + \frac{\omega \cdot l_{j,j}(\theta_r)}{R_j}\right). \quad (20)$$

Амплитуды в левой и правой частях уравнения (20) должны быть равны:

$$U_j = I_j \sqrt{\omega^2 \cdot l_{j,j}^2(\theta_r) + R_j^2},$$

откуда можно получить выражение для индуктивности:

$$\frac{U_j}{I_j} = \sqrt{\omega^2 \cdot l_{j,j}^2(\theta_r) + R_j^2}, \quad \left(\frac{U_j}{I_j}\right)^2 = \omega^2 \cdot l_{j,j}^2(\theta_r) + R_j^2;$$

$$\frac{1}{\omega^2} \left[\left(\frac{U_j}{I_j} \right)^2 - R_j^2 \right] = l_{j,j}^2(\theta_r),$$

и собственная индуктивность обмотки

$$l_{j,j}(\theta_r) = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_j}{I_j} \right)^2 - R_j^2}. \quad (21)$$

Функции в левой и правой частях уравнения (20) должны быть равны:

$$\sin(\omega t) = \sin\left(\omega t - \beta_j + \frac{\omega \cdot l_{j,j}(\theta_r)}{R_j}\right).$$

где аргументы под знаком синуса должны быть равны:

$$\omega t = \omega t - \beta_j + \frac{\omega \cdot l_{j,j}(\theta_r)}{R_j},$$

откуда фазовый сдвиг тока относительно напряжения:

$$\beta_j = \frac{\omega \cdot l_{j,j}(\theta_r)}{R_j}, \quad (22)$$

или, наоборот, индуктивность через фазовый сдвиг (который можно измерить с помощью осциллографа или фазометра):

$$l_{j,j}(\theta_r) = \frac{\beta_j}{\omega} R_j. \quad (23)$$

Целью измерения является определение индуктивности, поэтому основными являются формулы (21) или (23).

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЯ ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЙ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ С ОБМОТКАМИ

При наличии постоянных магнитов необходимо измерить значения их потокосцеплений со всеми обмотками. При этом ротор двигателя должен быть приведён в движение, так как только в этом случае можно выявить наличие постоянных магнитов и соответствующие им функциональные зависимости. Поэтому необходимо воспользоваться полным уравнением для ЭДС:

$$\mathbf{e}[\theta_r(t)] = -\omega_r(t) \frac{d\mathbf{L}(\theta_r)}{d\theta_r} \cdot \mathbf{i}(t) - \mathbf{L}(\theta_r) \cdot \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} - \omega_r(t) \frac{d\psi_{\text{?}}(\theta_r)}{d\theta_r}.$$

Но если не запитывать обмотки напряжениями и не замыкать их, то токи в обмотках будут равны нулю ($\mathbf{i}(t) = 0$), а потому уравнение для ЭДС существенно упрощается:

$$\mathbf{e}[\theta_r(t)] = -\omega_r(t) \frac{d\psi_{\text{?}}(\theta_r)}{d\theta_r}$$

или в нормальной форме Коши:

$$\frac{d\psi_{\gamma}(\theta_r)}{d\theta_r} = -\frac{e[\theta_r(t)]}{\omega_r(t)},$$

где интегрирование следует производить по углу поворота.

Таким образом, при вращении ротора в обмотках будут наводиться ЭДС. Поскольку токи в обмотках отсутствуют, они не будут создавать эффект взаимной индукции и потому ЭДС каждой обмотки будет полностью характеризовать потокосцепление постоянных магнитов с этой обмоткой. Но эта связь будет проявляться динамически, поэтому следует при вращении ротора фиксировать изменение его угловой скорости $\omega_r(t)$. Её можно получать с тахогенератора или иного датчика скорости и записывать, например, в компьютер через соответствующую плату сопряжения в функции времени.

В общем случае ЭДС на клеммах конкретной обмотки может иметь сложную форму. Путём численного интегрирования из неё можно получить выражение для соответствующего потокосцепления.

При постоянной скорости вращения между углом поворота и скоростью существует простая линейная связь: $\theta_r(t) = \omega_r \cdot t$, $\omega_r = \text{const}$. Тогда интегрирование по углу поворота равносильно интегрированию по времени с соответствующим коэффициентом:

$$\frac{d\psi_{\gamma}(\theta_r)}{d(\omega_r \cdot t)} = -\frac{e[\theta_r(t)]}{\omega_r}, \quad \frac{d\psi_{\gamma}(\omega_r \cdot t)}{\omega_r dt} = -\frac{e[\theta_r(t)]}{\omega_r},$$

$$\frac{d\psi_{\gamma}(t)}{dt} = -e(t),$$

откуда интегрированием можно получить зависимость потокосцеплений постоянных магнитов с обмотками от времени:

$$\psi_{\gamma}(t) = -\int_0^t e(t) \cdot dt,$$

а с учётом равномерного движения ротора — с пересчётом от угла поворота:

$$\psi_{\gamma}(t) \rightarrow \psi_{\gamma}(\theta_r),$$

где $\theta = \omega_r \cdot t$ для каждого значения t .

В общем случае скорость ротора может изменяться во времени, тогда получение искомым зависимостей потокосцеплений от угла поворота несколько усложняется:

$$\frac{d\psi_{\gamma}[\theta_r(t)]}{d\theta_r} = -\frac{e[\theta_r(t)]}{\omega_r(t)}, \quad \frac{d\psi_{\gamma}[\theta_r(t)]}{d\theta_r} = -\frac{e[\theta_r(t)]}{d\theta_r/dt}, \quad \frac{d\psi_{\gamma}[\theta_r(t)]}{dt} = -e[\theta_r(t)],$$

так как приходится решать систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_{\gamma}(t)}{dt} &= -\mathbf{e}(t); \\ \frac{d\theta_r(t)}{dt} &= \omega_r(t). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Отсюда можно получить зависимость потокосцепления от времени. Одновременно выполняется интегрирование по времени угловой скорости с получением для тех же значений времени угла поворота. Это позволяет перейти к зависимости потокосцеплений от угла поворота: $\psi_{\gamma}(\theta_r) = \psi_{\gamma}[\theta_r(t)]$.

Решение системы можно найти с помощью типовых подпрограмм численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (например, в библиотеках MatLab или MathCAD).

СХЕМА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ИНДУКТИВНОСТЕЙ ОБМОТОК

Собственные и взаимные индуктивности обмоток измеряются в соответствии со схемой подключения обмоток, приведённой ниже (рис. 1):

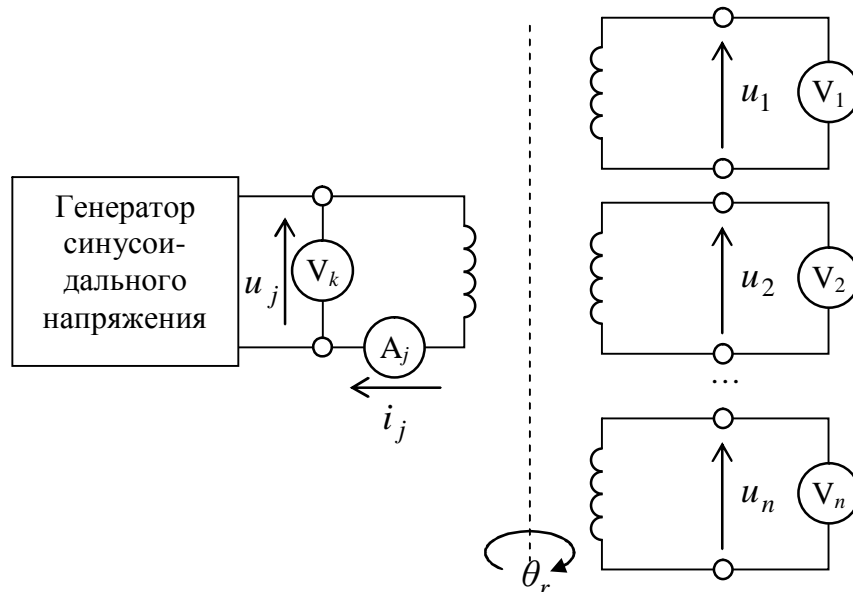


Рис. 1. Схема косвенных измерений
собственных и взаимных индуктивностей обмоток ЭМУ

На рис. 1 показан вал ротора с углом поворота θ_r . Слева от вала помещена запитываемая от *Генератора синусоидального напряжения* активная обмотка, а справа — все остальные пассивные обмотки, но это — условное изображение, так как с точки зрения экспериментатора может быть неизвестно неизвестно, где и как расположены обмотки — на статоре или роторе. Также заранее нельзя сказать, какие обмотки и как между собой взаимодействуют — это определяется в ходе экспериментальных исследований. В соответствии с приведенной схемой могут быть измерены собственные и взаимные индуктивности всех обмоток.

На рис. 1 показан *Генератор синусоидального напряжения*, формирующий на выходе напряжение вида $u_j(t) = \sqrt{2}U_j \sin(\omega t)$, которое измеряется вольтметром V_j . От него запитана какая-либо одна обмотка — в данном случае выделена обмотка с индексом j . Через эту обмотку протекает ток i_j , измеряемый амперметром A_j . К остальным обмоткам подключены вольтметры с высоким входным сопротивлением, в результате чего токи в них не протекают, а напряжения практически равны наводимым в обмотках ЭДС.

Для измерения собственных индуктивностей обмоток в соответствии со схемой на рис. 1 используются данные датчика угла поворота, а также вольтметра и амперметра активной обмотки с индексом j .

Для получения первичных измерений создаётся следующая таблица:

№ измерения	Задание: угол поворота ротора θ_r , град	Задание: напряжение U , В	Изменение Ток I , А	Собственная индуктивность l , Гн
1	2	3	4	5

Методика измерения собственных индуктивностей обмоток следующая:

1 Предварительно измеряется активное сопротивление обмотки R .

2 Задаётся угловая частота $\omega = 2\pi f$ выходного напряжения *Генератора синусоидального напряжения*.

3 Задаётся некоторый угол поворота θ_r . При этом не так важно, какой именно, важно, чтобы он был зафиксирован с требуемой точностью.

4 Измеряется действующее напряжение U на выходе *Генератора синусоидального напряжения* (оно может задаваться и измеряться с помощью вольтметра самого генератора).

5 Измеряется действующее значение тока I в активной обмотке.

6 Рассчитывается собственная индуктивность активной обмотки по формуле:

$$l = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2}.$$

Переход на операцию по пункту:

3 Задаётся новый угол поворота θ_r и повторяются операции по пунктам 4 — 6 для этого угла.

В результате формируется дискретная зависимость $l(\theta_r)$ для данной обмотки.

Данные измерения следует выполнить для каждой другой обмотки и определить соответствующие зависимости $l_k(\theta_r)$.

Полученные дискретные зависимости следует интерполировать с помощью, например, сплайнов.

СХЕМА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ВЗАИМНЫХ ИНДУКТИВНОСТЕЙ ОБМОТОК

Для измерения взаимных индуктивностей обмоток в соответствии со схемой на рисунке 1 используются данные датчика угла поворота, а также амперметра активной обмотки с индексом j и вольтметров остальных пассивных обмоток.

Для получения первичных измерений создаётся следующая таблица:

№ измерения	Угол поворота ротора θ_r , град	Ток активной обмотки I_j , А	ЭДС обмотки 1 E_1 , В	Взаимная индуктивность $l_{j,1}$, Гн	ЭДС обмотки 2 E_2 , В	Взаимная индуктивность $l_{j,2}$, Гн	ЭДС обмотки n E_n , В	Взаимная индуктивность $l_{j,n}$, Гн

Здесь токи I_j и ЭДС E_1 — действующие значения, получаемые с помощью обычных приборов. Вместо них можно использовать также амплитудные значения соответствующих величин.

Методика измерения взаимных индуктивностей обмоток следующая:

1 Задаётся угловая частота $\omega = 2\pi f$ выходного напряжения *Генератора синусоидального напряжения*.

2 Задаётся некоторый угол поворота θ_r — при этом не так важно, какой именно, важно, чтобы он был зафиксирован с требуемой точностью.

3 Измеряется действующее значение тока I_j в активной обмотке.

4 Измеряется действующее напряжение E на клеммах всех остальных (пассивных) обмоток.

5 Рассчитываются взаимные индуктивности между активной обмоткой и пассивными обмотками по формуле:

$$l_{k,1}(\theta_r) = \frac{\omega I_j}{E_k} = 2\pi f \frac{I_j}{E_k}, \quad j, k = 1, \dots, n, \quad j \neq k,$$

где активной является обмотка с индексом j , а пассивными — с индексом k .

Переход на операцию по пункту:

2 Задаётся новый угол поворота θ_r и повторяются операции по пунктам 3 — 5 для этого угла.

В результате определяются зависимости $l_{j,k}(\theta_r)$ для данной активной обмотки и всех остальных (пассивных).

Данные измерения следует выполнить для всех других обмоток, выбирая каждую из них поочередно в качестве активной, и определить соответствующие зависимости $l_{j,k}(\theta_r)$.

СХЕМА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЙ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ С ОБМОТКАМИ

Для измерения потокосцеплений постоянных магнитов с обмотками используется схема на рис. 2.

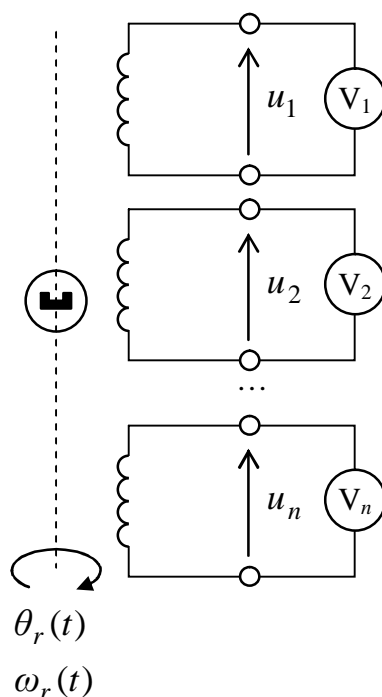


Рис. 2. Схема косвенных измерений потокосцеплений от постоянных магнитов с обмотками ЭМУ

При измерении потокосцеплений постоянных магнитов с обмотками ЭМУ необходим источник скорости — например, вспомогательный двигатель. Желательно, чтобы скорость поддерживалась заданной и при этом фиксировался угол поворота как функция времени. В прецизионных электроприводах обычно используются датчики угла с высоким разрешением, что позволяет точно выполнить данные измерения.

В данном случае отсутствуют таблицы, вместо которых формируются массивы следующих трёх зависимостей:

$e_k(t)$ — для каждой обмотки k ;

$\theta_r(t)$ — угол поворота в функции времени;

или

$\omega_r(t)$ — угловая скорость в функции времени.

Если имеется зависимость $\theta_r(t)$, то выполняются вычисления потокосцеплений методами численного интегрирования:

$$\psi_{\varphi}(t) = -\int e(t) \cdot dt$$

для каждой обмотки.

Затем сопоставляются полученные значения $\psi_{\varphi}(t)$ и $\theta_r(t)$ для одних и тех же моментов времени t :

t	t_1	t_2	t_3	...	t_h	...	t_{N-2}	t_{N-1}	t_N
$\psi?$	$\psi?_1$	$\psi?_2$	$\psi?_3$...	$\psi?_h$...	$\psi?_{N-2}$	$\psi?_{N-1}$	$\psi?_N$
θ_r	θ_{r1}	θ_{r2}	θ_{r3}	...	θ_{rh}	...	θ_{rN-2}	θ_{rN-1}	θ_{rN}

Данные массивы получаются в процессе снятия информации с помощью датчика угла и вольтметра в автоматическом режиме. В качестве датчика углового положения может быть использован кодовый диск или фазовращатель со схемой преобразования *угол — фаза — код*. В обоих случаях сигнал на выходе датчика имеет цифровую форму и поэтому его непосредственно можно записывать через плату сопряжения в ПК. Для измерения напряжения (ЭДС) обмоток следует использовать аналого-цифровые преобразователи с высоким входным сопротивлением (на операционных усилителях), также входящих в состав плат сопряжения.

Если используется датчик скорости, например, в виде тахогенератора, то следует также производить оцифровку с помощью аналого-цифровых преобразователей платы сопряжения, но, как правило, рассматриваемые системы снабжены цифровыми датчиками угла. В случае необходимости в качестве датчика угла можно использовать синусно-косинусный вращающийся трансформатор (СКВТ). Его выходные напряжения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= U_{m1} \sin(\omega_0 t) \sin(\theta_r); \\ u_2(t) &= U_{m2} \sin(\omega_0 t) \cos(\theta_r); \end{aligned} \right\}$$

где ω_0 — угловая частота питания СКВТ.

Если эти напряжения оцифровать и записать на диск, то затем с помощью несложной обработки можно выделить синусоидальный и косинусоидальный сигналы (фактически, должны быть выполнены операции демодуляции и низкочастотной фильтрации, что легко выполняется в цифровой форме), а затем выделить и само изменение угла, например, через обычный арксинус, что также легче выполнить с помощью ПК.

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ИСПЫТАТЕЛЬНЫЙ СТЕНД ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ЭМУ

Рассмотренные выше частные схемы измерения электромагнитных параметров модели ЭМУ могут быть объединены в автоматизированный испытательный стенд для параметрической идентификации модели любого ЭМУ (рис.3).

Стенд состоит из *Комплекса управления испытаниями* на базе персонального компьютера, *Блока задания вращения* на основе вспомогательного низкоскоростного электропривода, датчиков и плат сопряжения всех устройств с персональным компьютером.

Основу стенда составляет специальный электропривод — *Блок задания вращения*. Этот электропривод должен обеспечивать поворот вала исследуемого двигателя на определённый угол или с определённой скоростью. В качестве объекта исследования могут быть самые разные двигатели. Специальные двигатели могут иметь сложную систему обмоток и большой коэффициент электро-

магнитной редукции (за счёт большого числа пар полюсов у классических двигателей или числа зубцов ротора у индукторных). Это предъявляет специальные требования к электроприводу. Например, если коэффициент электромагнитной редукции индукторного двигателя составляет 100, то геометрический угол, используемый при измерении параметров обмоток, составит $360/100=3,6^\circ$. Если производить не менее 5 изменений на четверти периода синусоиды, то на угле $3,6^\circ$ должно быть 20 измерений, т. е. интервал измерения должен составить $0,18^\circ$, что уже создаёт серьёзные проблемы. Поэтому электропривод *Блока задания вращения* должен быть таким же прецизионным, как разрабатываемый электропривод. Очевидно, что для перемещения на такие малые углы можно строить электропривод *Блока задания вращения* также на базе индукторных двигателей, в частности, индукторных двигателей двойного питания (ИДДП).

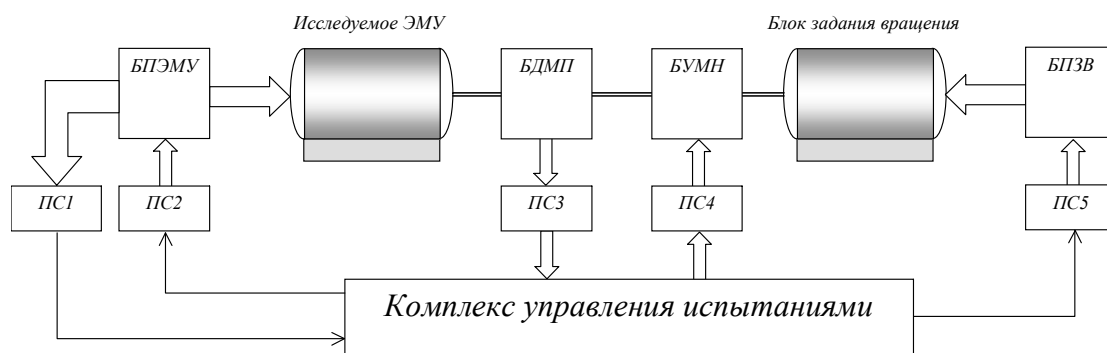


Рис. 3. Автоматизированный испытательный стенд

ЭМУ – электромеханическое устройство; *БПЭМУ* – блок питания ЭМУ;
БДМП – блок датчиков механических параметров (угла, угловой скорости);
БУМН – блок управляемой механической нагрузки;
БПЗВ – блок питания задатчика вращения;
ПС – платы сопряжения

Можно использовать различные способы [3] управления ИДДП в электроприводе *Блока задания вращения* [4], в частности, шаговый режим работы при фазовом управлении [5], который позволяет строить разомкнутую систему управления, обеспечивая весьма малый угол поворота. Возможность построения разомкнутой системы связана с тем, что в данном случае статический момент сопротивления отсутствует, а поэтому угол нагрузки двигателя практически не влияет на работу электропривода. При этом нет необходимости точно отработать заданный угол, так как имеющийся датчик углового положения выдаст его весьма точное значение для записи.

При задании угловой скорости ИДДП также являются вне конкуренции, так как могут в синхронном режиме обеспечить любую требуемую скорость с высокой равномерностью вращения, причём скорость можно задавать и регулировать дискретно.

В качестве датчика углового положения используется кодовый диск с 18 рабочими двоичными разрядами, что обеспечивает $2^{18} = 262144$ точек отсчёта, при этом дискретность угла составляет $360^\circ/2^{18} = 0,001373291015625^\circ$. Для рассмотренного выше индукторного двигателя с коэффициентом электромагнитной

редукции 100 число точек отсчёта на одном геометрическом периоде составит $2^{18}/100 = 2621,44 \approx 2621$, что соответствует измерению примерно через 0,14 электрического градуса. Датчик угла играет роль формирования последовательности меток, относительно которых фиксируются другие измеряемые величины. Очевидно, что такая точность может удовлетворить весьма высоким требованиям параметрической идентификации в прецизионных электромеханических системах.

Работа стенда происходит следующим образом.

На стенде устанавливается исследуемый двигатель и его вал соединяется с валом исполнительного двигателя *Блока задания вращения*. При проведении эксперимента желательно производить одновременно измерение всех параметров во всех обмотках с записью в файлы на жёсткий диск ПК.

Обмотки исследуемого двигателя подключаются к источникам питания и измерительным приборам в соответствии с рис. 1 и 2, но в качестве измерительных приборов используются платы сопряжения с ПК, содержащие аналого-цифровые преобразователи. Выход цифрового датчика угла также подключается к входу ПК через соответствующую плату сопряжения.

ПК выполняет также функции управляющего устройства для управления электроприводом *Блока задания вращения* — с его помощью формируются сигналы управления инверторами (транзисторными ключами) электропривода, обеспечивая требуемую угловую скорость и угол поворота.

Электропривод *Блока задания вращения* не является идеальным и обеспечивает заданные угол поворота и угловую скорость с некоторыми погрешностями. В частности, при вращении не удаётся избежать пульсаций мгновенной скорости, хотя средняя скорость остаётся строго заданной (как во всех синхронных двигателях). Но в предложенной методике это не имеет существенного значения, так как запись текущих параметров вращения $\theta_r(t)$ и (или) $\omega_r(t)$ позволяет в последствии так обработать полученные данные, что упомянутые погрешности не сказываются на искомым результатах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная методика базируется на известной универсальной математической модели ЭМУ, но, в отличие от приводимых в литературе похожих методик, выстроена для автоматизации процесса параметрической идентификации модели любого ЭМУ. Для этого достаточно иметь минимальную информацию о схеме соединения его обмоток, которая может быть получена также автоматически. Полученные результаты позволяют построить модели ЭМУ с учётом различного рода неидеальностей магнитной системы — электрической и геометрической несимметрии, некосинусоидальности распределения магнитной индукции вдоль воздушного зазора и т. п. Причины несимметрии при этом не имеют значения, так как учитываются полностью в получаемых параметрах.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку методики планирования эксперимента в зависимости от коэффициента электромагнитной редукции исследуемого двигателя, числа обмоток, схемы их соединения (рассмотренная выше методика предназначена для отдельного подключения

обмоток, но в некоторых двигателях обмотки соединены по определённой схеме, например, «звезда без общего провода», без возможности доступа к общей точке).

Список использованной литературы

1. **Копылов, И. П.** Математическое моделирование электрических машин : учеб-ник для вузов / И. П. Копылов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая шко-ла, 2001. - 327 с. - ISBN 5-06-003861-0.
2. **Герман-Галкин, С. Г.** Электрические машины: Лабораторные работы на ПК / С. Г. Герман-Галкин, Г. А. Кардонов. - СПб.: КОРОНА принт, 2003. - 256 с. - ISBN 5-7931-023-5.
3. **А. с. 1436265 СССР, МКИ4 H02P7/46.** Способ регулирования углового положения ротора двигателя двойного питания / С. А. Бронов, В. В. Балабаев (СССР). - № 4229541/24-07; Заявлено 13.04.1987; Опубл. 07.11.1988, Бюл. № 41.
4. **А. с. 1541752 СССР, МКИ5 H02P7/46.** Способ регулирования углового положения ротора двигателя двойного питания / С. А. Бронов (СССР). - № 4227637/24-07; Заявлено 03.04.1987; Опубл. 07.02.1990, Бюл. № 5.
5. **А. с. 1524153 СССР, МКИ4 H02P7/46.** Способ регулирования углового положения ротора двигателя двойного питания / С. А. Бронов (СССР). - № 4230014/24-07; Заявлено 14.04.1987; Опубл. 23.11.1989, Бюл. № 43.

Сведения об авторах

Курбатов Евгений Михайлович — начальник отдела прецизионных электромеханических приборов и систем ОАО "Информационные спутниковые системы имени академика М.Ф. Решетнёва". Научные интересы: проектирование прецизионных электромеханических систем. **E-mail:** Kurbatov@propt.ru

Блохин Владимир Александрович (1982) — окончил Красноярский государственный технический университет (2004). Аспирант научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: проектирование прецизионных электромеханических систем. **Тел.** (+7-391) 291-22-95 **E-mail:** sapr@front.ru

Бронов Сергей Александрович (1954) — окончил Красноярский политехнический институт (1976). К. т. н. (1989), д. т. н. (1999), профессор, руководитель научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные

интересы: прецизионные электромеханические системы, управление в технических системах, моделирование систем различной природы, интерлингвистика. **Тел.** (+7-391) 291-22-95. **E-mail:** sapr@front.ru

Марарескул Александр Владимирович (1977) — окончил Красноярский государственный технический университет (1999). Старший преподаватель кафедры «Системы автоматики, автоматизированного управления и проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: разработка и исследование электромеханических системы. **Тел.** (+7-391) 291-22-95. **E-mail:** maaw77@gmail.ru

Суханов Владимир Валентинович (1943) — кандидат технических наук, доцент. Докторант научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: электромеханические устройства и системы. **Тел.** (+7-391) 291-22-95 **E-mail:** sapr@front.ru

Авласко Павел Владимирович (1981) — окончил Красноярский государственный технический университет (2003). Старший преподаватель научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: проектирование прецизионных электромеханических систем. **Тел.** (+7-391) 291-22-95 **E-mail:** sapr@front.ru

Жилин Михаил Сергеевич (1985) — окончил Красноярский государственный технический университет (2007). Аспирант научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: проектирование и разработка прецизионных электромеханических систем. **Тел.** (+7-391) 291-22-95 **E-mail:** sapr@front.ru

Степанец Виталий Владимирович (1984) — окончил Красноярский государственный технический университет (2006). Аспирант научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: проектирование и разработка прецизионных электромеханических систем. **Тел.** (+7-391) 291-22-95 **E-mail:** sapr@front.ru

Поваляев Василий Александрович (1985) — окончил Красноярский государственный технический университет (2007). Ассистент научно-учебной лаборатории «Системы автоматизированного проектирования» Института космических и информационных технологий СФУ. Научные интересы: разработка проектирование и разработка электромеханических систем. **Тел.** (+7-391) 291-22-95 **E-mail:** sapr@front.ru